Evolutionäre Optimierungsverfahren und ihr Einsatz in der ökonomischen Forschung

CHRISTIANE CLEMENS und THOMAS RIECHMANN

Diskussionspapier Nr. 195

Juni 1996

Zusammenfassung

Dieser Beitrag bietet eine Einführung in eine Gruppe moderner Algorithmen, den sogenannten evolutionären Optimierungsverfahren. Anhand eines einfachen Beispiels wird die grundsätzliche Funktionsweise dieser Algorithmen skizziert. Darüberhinaus wird ein Überblick über die Anwendungsmöglichkeiten dieser Verfahren innerhalb der ökonomischen Forschung — insbesondere im Bereich der Modellierung von Lernprozessen — gegeben.

ISSN 0949 – 9962

ANSCHRIFT DER VERFASSER: Universität Hannover
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Abteilung Wachstum und Verteilung
Königsworther Platz 1
30 167 Hannover

1 Vorbemerkungen

Evolutionäre Optimierungsverfahren sind eine Gruppe von Algorithmen, die Anwendung in Bereichen finden, in denen herkömmliche Methoden der Optimierung versagen. Ihre Entwicklung geht zum einen auf HOLLAND (1975), zum anderen auf RECHENBERG (1973) zurück, die unabhängig voneinander die Funktionsweise und Lösungseigenschaften Evolutionärer Optimierungsverfahren beschrieben. Bei ersterem werden sie als *Genetische Algorithmen*, bei letzterem als *Evolutionsstrategien* bezeichnet.[1]

Sie dienen der Lösung sogenannter *NP–vollständiger Probleme*.[2] Entwickelt und zunächst eingesetzt für den mathematisch–naturwissenschaftlichen und technischen Bereich, beispielsweise im Rahmen des *Machine Learning* durch GOLDBERG (1989) oder der numerischen Optimierung von Funktionen in hochdimensionalen Parameterräumen durch SCHWEFEL (1975/77/81/88) und DEJONG (1975), finden Evolutionäre Optimierungsverfahren mittlerweile auch Anwendung bei der Analyse ökonomischer Probleme.

Ihre grundsätzliche Funktionsweise läßt sich als *adaptive Suche* charakterisieren, als einen permanenten Prozeß der Informationsfindung und Informationsauswertung. Die Nachahmung biologischer Konzepte als Bausteine kollektiver Entwicklung, beispielsweise *Population* und *Individuum*, *Reproduktion*, *Rekombination*, *Mutation* und *Selektion*, ist ein Versuch, die Prinzipien der biologischen auf gesellschaftliche Entwicklungen zu übertragen.[3] Die ökonomische Analyse bedient sich dabei einer neuen Methode, die HOLLAND/MILLER (1991) zufolge zwischen der verbalen und der mathematischen Methode angesiedelt werden kann: der Simulation ökonomischer Handlungen durch computergestützt generierte, künstliche Individuen, deren Verhaltensweisen und Interaktionen in Form von Algorithmen dargestellt werden. Hinsichtlich der Bezeichnung dieser Methodik hat sich noch kein einheitlicher Terminus durchgesetzt. So sprechen HOLLAND/MILLER (1991) von *artificial adaptive agents*, TESFATSION (1995) von *artificial life*, LANE (1993a/b) von *artificial world* und ARTHUR (1991/93) von *artificial economic agents*.

Die Algorithmen zur Modellierung „künstlichen menschlichen Verhaltens“ müssen an reale Verhältnisse angepaßt werden, um für ökonomische Fragestellungen sinnvolle Ergebnisse liefern zu können. Die Güte eines Modells mißt sich dann daran, inwieweit die Ergebnisse des Algorithmus durch ökonomische Experimente mit realen Wirtschaftssubjekten bestätigt werden können. Mit den Methoden der Evolutionären Optimierung ist es somit möglich, komplexe wirtschaftliche Prozesse heterogener Individuen, insbesondere menschliches Such–, Lern– und Koordinationsverhalten, in gesellschaftlichen Systemen abzubilden und zu simulieren. Die Implementation von Lernmechanismen ist erforderlich, wenn die Individuen einer Ökonomie nur unvollständig über die relevanten Strukturen,

[1] Ein ausführlicher Vergleich der beiden Ansätze wird von HOFFMEISTER/BÄCK (1991) vorgenommen.

[2] Abkürzung für *nonlinear–polynomical*. Vgl. hierzu den Beitrag von DEJONG/SPEARS (1989), S. 167. Gelöst werden können beispielsweise Modelle mit einer großen Zahl von Parametern oder mit nicht–konvexen Zielfunktionen, bei denen eine Vielzahl lokaler Optima existiert. Ein in diesem Zusammenhang häufig behandeltes Beispiel ist das Travelling–Salesman–Problem, z. B. in GOLDBERG (1985). Auf die Vorteile Evolutionärer Methoden gegenüber den konventionellen Verfahren (bspw. Gradientenverfahren) soll an dieser Stelle nicht eingegangen werden, s. dazu BEASLEY/BULL/MARTIN (1993a), S. 5 ff.

[3] Vgl. BÄCK/HOFFMEISTER (1990), S. 1 und BEASLEY/BULL/MARTIN (1993a), S. 1. Die Analogien biologischer und ökonomischer Systeme sowie die Möglichkeiten und Grenzen der Übertragbarkeit biologischer Konzepte werden eingehend in dem Beitrag von HIRSHLEIFER (1977) diskutiert.

Alternativen und die Strategien anderer informiert sind.

Die Annahme vollständig rational handelnder Agenten wird zugunsten der Annahme *beschränkter Rationalität* aufgegeben.[4] Die Qualität eines Lernalgorithmus zeigt sich nun nach LUCAS (1986) in seiner Fähigkeit, realtypisches menschliches Verhalten wiederzugeben. Damit wird an ihn die Anforderung gestellt, in ökonomischen Experimenten beobachtete menschliche Verhaltensmuster in der Simulation mit künstlichen Agenten zu reproduzieren.[5]

Dieser Beitrag gibt einen Überblick über die Anwendungsgebiete Evolutionärer Optimierungsverfahren in der ökonomischen Forschung. Zur Erläuterung der Implementationstechnik, soll zunächst die grundsätzliche Funktionsweise dieser Optimierungsverfahren am Beispiel des vorherrschend verwendeten Genetischen Algorithmus von HOLLAND (1975) dargestellt werden. Anschließend wird ein Überblick über die ökonomischen Anwendungen gegeben, wobei einige Ansätze eingehender diskutiert werden.

2 Der grundlegende Genetische Algorithmus

2.1 Einführung und allgemeiner Ablauf

Genetische Algorithmen sind iterative Verfahren und bedienen sich in ihrer Funktionsweise der Prinzipien der Evolution. Eine *Population* von *Individuen* wird verschiedenen *genetischen Operatoren* (Rekombination, Mutation und Selektion) unterworfen und hierdurch eine neue Population von *Nachkommen* erzeugt. Der Vorgang der Vermehrung mit anschließender Auslese wird so lange wiederholt, bis das Optimum erreicht ist.

An dieser Stelle soll zunächst ein Überblick über den grundlegenden oder Basis–Genetischen Algorithmus gegeben werden, wie ihn u. a. GOLDBERG (1989) beschreibt. Der Basisalgorithmus ist für den Zweck der numerischen Optimierung konstruiert. Genetische Algorithmen, die als Hilfsmittel ökonomischer Forschung dienen könnten, erfordern im Vergleich zum Basisalgorithmus vielfache Modifikationen und Erweiterungen. Dennoch bleibt dieser die Grundlage aller weiteren Untersuchungen mit Hilfe der Instrumente der evolutionären Optimierung und soll deshalb genauer beschrieben werden, bevor einige für die ökonomische Forschung notwendige Variationen erwähnt werden.

Die Entwicklung eines Genetischen Algorithmus gliedert sich in zwei Bereiche: Problemdefinition und Ablauf. In der Problemdefinition werden das zu lösende Optimierungsproblem und das Abbruchkriterium festgelegt, sowie Fragen der Kodierung geklärt. Der Ablauf des Basisalgorithmus nach GOLDBERG (1989) und HOLLAND (1992) ist in allgemeiner Form in Abbildung 1 dargestellt. Er beginnt mit der Erstellung der Anfangspopulation, ihrer Bewertung und Überprüfung des Abbruchkriteriums. Bei Nichterfüllung

[4]Besonders SARGENT (1993), S. 3, kritisiert an der Theorie Rationaler Erwartungen, daß die in Modellen agierenden Wirtschaftssubjekte vollständiger über die Strukturen der Ökonomie informiert sind als der Ökonom, der die Modelle entwirft. Dieses äußert sich beispielsweise dadurch, daß die Individuen annahmegemäß die wahren Wahrscheinlichkeitsverteilungen kennen, wohingegen der Ökonometriker diese erst schätzen muß. SELTEN (1990) diskutiert in seinem Beitrag einige Forschungsansätze zum Themenkreis *Bounded Rationality*.

[5]Einen Überblick über die verschiedenen Ansatzpunkte zur Formulierung von Lernverhalten beschränkt rationaler Individuen (Neuronale Netze, Künstliche Intelligenz, Experimente etc.) gibt SARGENT (1993).

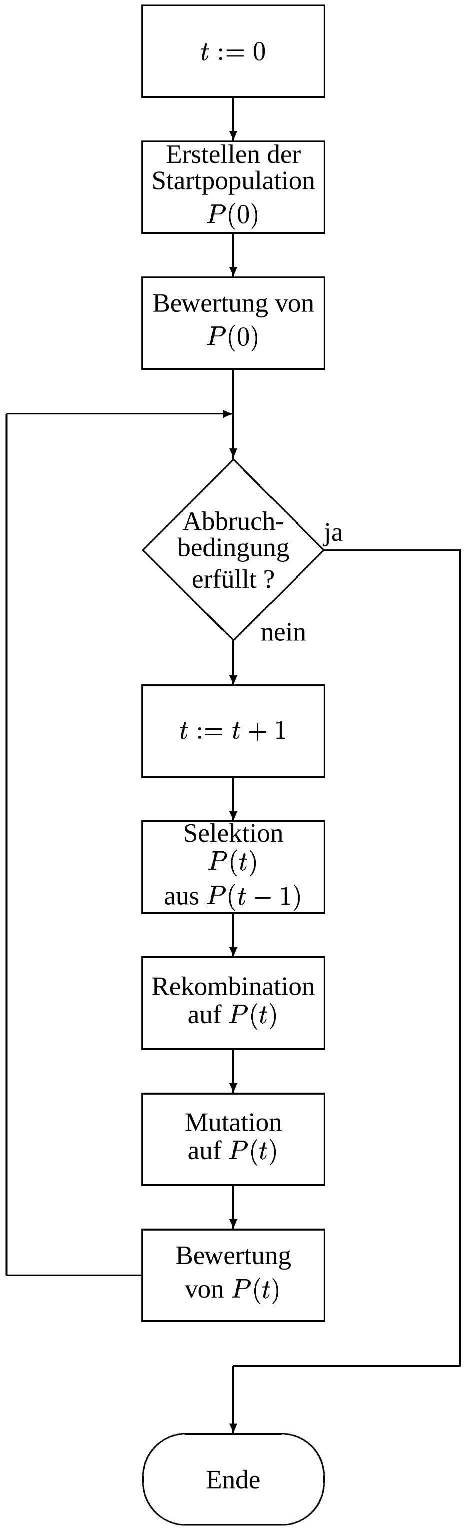

Abbildung 1: Ablaufdiagramm des Basis–GA

werden die Genetischen Operatoren Selektion, Rekombination und Mutation auf die Population angewendet. Dabei wird eine neue Generation von Individuen erzeugt, auf die das Abbruchkriterium erneut angewendet wird. Dieser Vorgang wiederholt sich, bis das Optimum erreicht ist und der Genetische Algorithmus (GA) den Prozeß abbricht.

2.2 Die Komponenten des Genetischen Algorithmus

2.2.1 Problemdefinition

1. **Festlegung des Optimierungsproblems**: Das zu optimierende Problem eines GA *muß nicht* durch eine mathematische Zielfunktion beschrieben werden.[6] In der Regel ist dies aber der Fall.

2. **Bestimmung des Abbruchkriteriums**: Mit der Definition dieses Kriteriums wird eine Bedingung formuliert, bei deren Erfüllung der Genetische Algorithmus beendet wird. Verschiedene Möglichkeiten sind denkbar:

   - Es ist eine bestimmte Anzahl von Iterationsschritten durchlaufen worden. (Bsp.: „Abbruch nach 10.000 Iterationsschritten“)
   - Das beste Individuum ist seit einer bestimmten Anzahl von Iterationsschritten das gleiche geblieben. (Bsp.: „Das beste Ergebnis ist seit 200 Iterationen konstant.“)
   - Die Population ist konvergiert. Von einer Konvergenz der Population kann nach BEASLEY/BULL/MARTIN [(1993a), S. 4] gesprochen werden, wenn mindestens 95% des in der Population enthaltenen Genmaterials identisch sind.
   - Das Optimum wird bis auf eine vorher festgelegte geringe Differenz ε erreicht. (Bsp.: „Der beste Wert ist weniger als 0.0001 vom Optimum entfernt.“) Ein solches Kriterium ist nur dann sinnvoll, wenn das Optimum a priori bekannt ist. Es wird in der Regel angewendet, um die Güte von Genetischen Algorithmen zu testen.

3. **Kodierung**: Während der Kodierung wird das Optimierungsproblem so aufbereitet, daß es mit Hilfe des Algorithmus gelöst werden kann. Liegt das Problem in Form einer Zielfunktion vor, werden die freien Variablen als Genpositionen kodiert. Als Beispiel soll das Problem

   $$\min_{x,y} \left(x^2 + y^2 \right),$$

   betrachtet werden. Die Kodierung bei den Genetischen Algorithmen nach GOLDBERG und HOLLAND erfolgt binär.[7] Vereinbarungsgemäß könnte ein Genstring zu diesem Minimierungsproblem 16–stellig sein, wobei die ersten acht Stellen den Wert der ersten Variablen (x), die zweiten acht Stellen den Wert der zweiten Variablen (y) repräsentieren. Der Genstring

   $$(0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,1)$$

   stände dann für die Wertekombination $x = 32$ und $y = 17$.[8]

[6] RECHENBERG (1973), S. 25 ff.

[7] Im hier dargestellten einfachsten Fall bedeutet dies, daß die Zahlen im Dualsystem dargestellt werden.

[8] Bei der numerischen Optimierung kann die reellwertige Kodierung vorteilhaft sein, die primär in den *Evolutionsstrategien* nach RECHENBERG und SCHWEFEL verwendet wird.

2.2.2 Durchführung des Genetischen Algorithmus

1. **Erstellen der Startpopulation**: Die Startpopulation $P(0)$, d. h. die Matrix, die die erste Generation zu evaluierender Individuen repräsentiert, wird in der Regel per Zufall belegt. Im grundlegenden Genetischen Algorithmus bedeutet dies, daß jede Stelle der binär kodierten Matrix eine bestimmte Wahrscheinlichkeit erhält, mit der ihr Startwert gleich Eins ist.

   Bei Problemen, zu denen Teilinformationen beispielsweise über die ungefähre Lage des Optimums im Suchraum bekannt sind, kann dieses Zusatzwissen über eine entsprechende Anfangsbelegung der Startpopulation in den Algorithmus implementiert werden.

2. **Bewertung der Startpopulation**: Durch die Bewertung wird jedem Individuum einer Population ein *Fitnesswert* (auch *Qualitätswert*) zugewiesen, der über seine *Überlebenschancen* entscheidet. Je besser dieser Fitnesswert, desto größer ist auch die Überlebenswahrscheinlichkeit eines Individuums.

   Der Fitnesswert entspricht in der Regel dem Wert, der sich ergibt, wenn man die durch ein Individuum kodierten Werte in die Zielfunktion einsetzt, die das Optimierungsproblem charakterisiert. Der Fitnesswert des Individuums im obigen Beispiel beträgt
   $$32^2 + 17^2 = 1313$$

   Die Identität von Zielfunktionswert und Fitnesswert kann sich als nachteilig erweisen, weil in diesem Fall nur Maximierungsaufgaben gelöst werden können. Bei Minimierungsaufgaben haben die *guten* Individuen, d. h. die mit den geringsten Funktionswerten gleichzeitig die geringsten Überlebenschancen. Deshalb sollte bei Minimierungsproblemen der Fitnesswert der Inversen des Funktionswertes entsprechen.[9] Für $f\left[P_i(t)\right]$ als Zielfunktionswert des i–ten Individuums der Population zum Zeitpunkt t und $Q\left[P_i(t)\right]$ als Fitness des Individuums, bedeutet dies:

   $$Q\left[P_i(t)\right] = \frac{1}{f\ \left[P_i(t)\right]}$$

3. **Prüfung der Abbruchbedingung**: Vor jeder Iteration wird die Erfüllung des Abbruchkriteriums überprüft. Trifft die Abbruchbedingungung bereits zu, so kann der Algorithmus terminiert werden. Ein zufriedenstellendes Optimum wurde gefunden.

4. **Selektion**: Durch Selektion werden aus der Population der vergangenen Periode $P(t-1)$ diejenigen Individuen ausgewählt, die die Grundlage zur Erstellung einer neuen Population $P(t)$ bilden. Der Selektionsvorgang beim grundlegenden Genetischen Algorithmus ist als Ziehen mit Zurücklegen zu interpretieren, wobei die Individuen der alten Population die „Kugeln“ sind, die gezogen werden. Dabei hat jedes Individuum eine Wahrscheinlichkeit, gezogen zu werden, die seiner *relativen*

[9] Bei komplizierteren Problemen ist es oft zusätzlich erforderlich sicherzustellen, daß alle Fitnesswerte der Population schon vor der Invertierung streng positiv sind, da weder Überlebenschancen von Null noch negative Wahrscheinlichkeiten für ein Individuum zulässig sind.

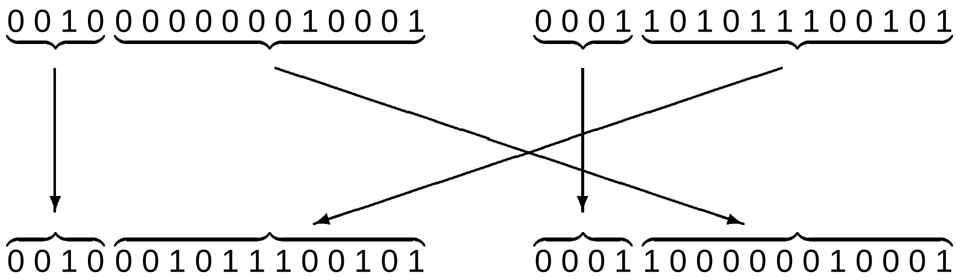

Abbildung 2: Beispiel eines einfachen Crossover nach der vierten Position

Fitness $Q_r\left[P_i(t)\right]$, d. h. seinem Anteil an der Gesamtfitness der aus n Individuen bestehenden Population entspricht.

$$Q_r\left[P_i(t)\right] = \frac{Q\left[P_i(t)\right]}{\sum_{j=1}^{n} Q\left[P_j(t)\right]}$$

Man bezeichnet diese auf Überlebenswahrscheinlichkeiten basierende Auslese auch als *implizite Selektion*.[10]

5. **Rekombination**: Bei der Rekombination werden durch Kombination von Genmaterial verschiedener Individuen neue Individuen erzeugt. Die einfachste Art von Rekombination ist das einfache Crossover. Dabei werden aus zwei zufällig aus der Population gewählten Individuen zwei neue erzeugt, indem die Genstrings der *Eltern* am Crossoverpunkt aufgetrennt und die Teilstrings zu zwei neuen Individuen zusamengesetzt werden, wie in Abbildung 2 wiedergegeben. Im grundlegenden Genetischen Algorithmus ersetzen die Nachkommen ihre Eltern in der Population.[11]

6. **Mutation**: Bei der Mutation werden zufällig Genwerte verändert. Jeder Genposition jedes Individuums wird eine (meist sehr kleine) Mutationswahrscheinlichkeit zugeordnet. Bei der binären Kodierung bedeutet Mutation, daß der Wert eines Gens in sein Gegenteil verwandelt wird (*Bit–Kippen*). Bei entsprechender Interpretation der Kodierung kann daher durch Mutation eines Bits der repräsentierte Wert eines Individuums sehr stark verändert werden. Dies ist auch im Beispiel der Abbildung 3 der Fall. Dort wird der Vektor, der die Werte $(32, 17)$ repräsentiert, durch Mutation in einen Vektor überführt, der die Werte $(32, 145)$ darstellt.

7. **Bewertung**: Die Individuen jeder Population werden nach Anwendung der genetischen Operatoren bewertet. Dies geschieht analog zur Bewertung der Startpopulation.

[10] Andere, sogenannte *explizite Selektionsstrategien* (s. u. auf S. 9) sind ebenfalls möglich, werden jedoch von den Vertretern der amerikanischen Schule um HOLLAND und GOLDBERG in der Regel nicht eingesetzt.

[11] Auch hier ist eine andere Vorgehensweise denkbar. Der Nachteil dieses Rekombinationsverfahrens ist, daß die Informationen der Elterngeneration vollständig verloren gehen, auch wenn diese über eine höhere Fitness als ihre Nachkommen verfügen. Die Informationen können erst durch Mutation wiedergefunden werden, was die Konvergenzeigenschaften des Algorithmus negativ beeinflußt. Dieser Umstand hat ARIFOVIC (1994), vgl. Abschnitt 3.1.2, dazu veranlaßt, den Election–Operator als Instrument der Vorauswahl zu entwickeln.

0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1

$\downarrow$

0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1

Abbildung 3: Beispiel einer einfachen Mutation an der neunten Genposition

8. **Ablauf/Iteration**: Der beschriebene Ablauf von Selektion, Rekombination, Mutation und Bewertung wird so lange wiederholt, bis das Abbruchkriterium erfüllt ist.

2.3 Ein einfaches Optimierungsbeispiel

Für die oben gewählte Optimierungsaufgabe $[\min_{x,y}\,(x^2 + y^2)]$ wurde ein Genetischer Algorithmus implementiert. Die Implementation ist bewußt einfach gehalten, um die grundlegenden Eigenschaften Genetischer Algorithmen unabhängig von programmiertechnischen Details zu demonstrieren. Da das Minimum der Funktion bekanntermaßen bei $x = 0$ und $y = 0$ liegt, eignet sich eine solche Aufgabenstellung zum Testen der Güte Genetischer Algorithmen.

Eine Population besteht im Beispielfall aus 10 Individuen.[12] Die Individuen repräsentieren die Werte der Variablen x und y, wie auf Seite 4 unter 3. dargestellt. Aus dieser Darstellung folgt, daß der betrachtete Suchraum für jede der Variablen aus den natürlichen Zahlen (einschließlich der Null) zwischen 0 und $2^7 = 128$ besteht, d. h. das kleinste darstellbare Funktionsergebnis beträgt Null, das größte $2^7 \cdot 2^7 = 16\,386$. Die *Anfangsbelegung* erfolgt zufällig. Jede Genposition eines Individuums nimmt mit der Wahrscheinlichkeit 0.5 den Wert Eins an. Die *Rekombination* erfolgt in Form eines einfachen Crossovers. Je Population wird in fünffacher Wiederholung folgendes Verfahren angewendet:[13] Zunächst werden aus der Population zwei Crossoverpartner zufällig ausgewählt, wobei die Wahrscheinlichkeit gewählt zu werden für alle Individuen gleich ist. Anschließend findet mit der Wahrscheinlichkeit von 0.5 das Crossover tatsächlich statt. Auch die Crossoverposition auf dem Genstring ist zufallsbestimmt, wobei die Auswahlwahrscheinlichkeit über die möglichen Crossoverpunkte gleichverteilt ist. Die *Mutation* erfolgt, indem an einer Genposition das Bit gekippt wird. Dabei gilt für jede Genposition eines Individuums eine Mutationswahrscheinlichkeit von 0.05. Die *Selektion* wird gemäß dem oben beschriebenen gewichteten Zufallsverfahren vorgenommen. Dabei entspricht die Fitness eines Individuums der Inversen ihres Funktionswertes zuzüglich einer populationsweit gleichen positiven Konstante.[14] Der Algorithmus wird beendet, sobald das erste Individuum den Optimalwert von Null aufweist.

Das beschriebene Programm lief zur Untersuchung des Ablaufverhaltens 1000 Mal. Schon der Basis–GA zeigt das typische Verhaltensmuster Genetischer Algorithmen. Der Suchraum, aus dem die genetischen Individuen potentiell stammen können, wird mit expo-

[12] Bei den naturwissenschaftlichen und technischen Problemstellungen werden häufig Populationen mit mehreren Hundert Individuen genutzt.

[13] Die hier gewählte Vorgehensweise entspricht damit der von GOLDBERG (1989), Anhang C, S. 343 ff.

[14] Die genaue Formel für den Fitnesswert lautet: $Q\,[P_i(t)] = [1 + f(P_i(t)) - \min_j f(P_j(t))]^{-1}$.

nentiell wachsender Geschwindigkeit erschlossen. Im Falle des Basis–GA bedeutet dies, daß die Fitness des jeweils besten Individuums in der ersten Runde des GA durchschnittlich bei einem Wert von 10 000, nach zehn Runden ca. bei einem Wert von 1 000, nach 20 Iterationen bei einem Wert von 100 liegt u. s. w. In Abbildung 4 ist das arithmetische Mittel der besten Werte aus 1000 Läufen des Algorithmus gegen die Rundenzahl abgetragen. Das Laufzeitverhalten folgt einem loglinearen Verlauf.

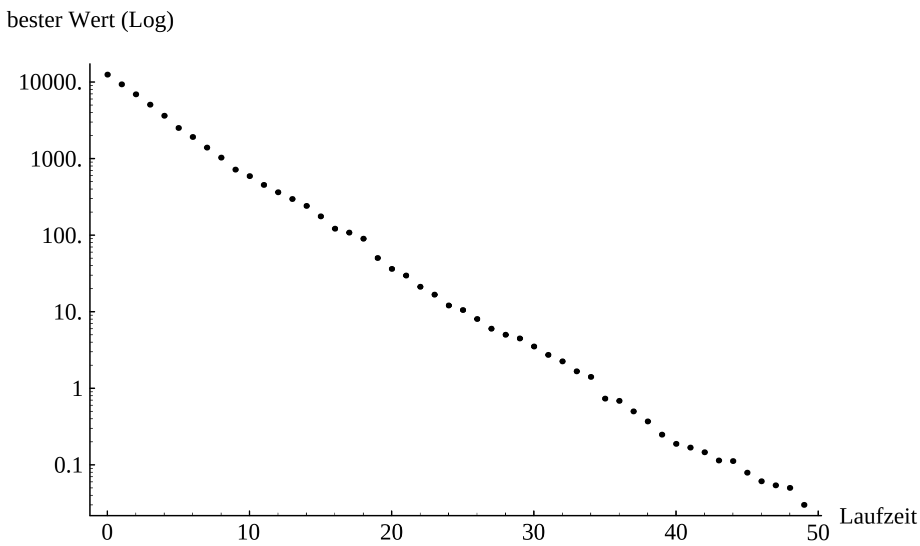

Abbildung 4: Laufzeitverhalten des Basis–GA

2.4 Modifikationen und Konvergenzeigenschaften

Der im vorangegangenen dargestellte Basis–Genetische Algorithmus nach HOLLAND und GOLDBERG repräsentiert nur die rudimentären Ausgestaltungsformen für die genetischen Operatoren. Die möglichen Verfeinerungen dieser Prinzipien sind vielfältig.

So kann die Startpopulation neben der Zufallsbelegung gezielt ausgewählt oder durch Datensätze empirischer Beobachtungen vorgegeben werden. Die Kodierung kann, wie bereits angesprochen, binär oder reelwertig erfolgen. Weitere Variationen des dargestellten Algorithmus können bei Rekombination und Mutation beispielsweise hinsichtlich

- der Häufigkeit ihrer Anwendung (konstante, steigende, sinkende oder endogen dynamisierte Crossover– und Mutationsraten)
- der Auswahl der Genposition (einfache oder mehrfache Crossover– und Mutationsstellen)

vorgenommen werden. Außerdem ist es möglich, zusätzliche Operatoren zu nutzen, so z. B. die *Inversion* (vgl. HEISTERMANN, (1994)) oder die *Election* (vgl. Abschnitt 3.1.2).

Zusätzlich beinhaltet jeder Genetische Algorithmus eine Vielzahl von Parametern, die den Ablauf beeinflussen und entsprechend dem Optimierungsproblem verändert werden können, beispielsweise die Populationsgröße oder die Auswahlwahrscheinlichkeiten.

Ebenso sind neben der *impliziten Selektion* durch über die Fitness beeinflußte Überlebenswahrscheinlichkeiten andere Formen von *expliziten Selektionsstrategien* denkbar, in denen die Individuen mit geringerem Qualitätswert direkt ausgesondert werden. Weiterhin kann die Selektionsbreite variiert, d. h. darüber entschieden werden, ob die Population des Zeitpunktes t vollständig durch ihre Nachfahren ersetzt wird, die dann die Population in $t + 1$ bilden, oder ob Elterngeneration und Nachkommen gleichermaßen der Selektion ausgesetzt werden. Die angesprochenen Selektionsvarianten umfassen beispielsweise die von den Vertretern der Evolutionsstrategien mehrheitlich verwendeten *Plus–* und *Kommastrategien*.[15] Bei der *Plus–Strategie* $(\mu + \lambda)$[16] wird die Selektion auf die gesamte Population angewendet. Die besten μ Individuen aus Eltern und Nachkommenschaft bilden die Population der nächsten Generation. Bei der *Komma–Strategie* (μ, λ) ersetzen die λ besten Individuen der Nachkommenschaft ihre Eltern. Kein Individuum lebt länger als eine Generation, so daß $\lambda \geq \mu$ gelten muß, um sinnvolle Ergebnisse zu erhalten.

Der durch den Genetischen Algorithmus beschriebene Evolutionsprozeß kann als Wanderung einer Punktewolke (der Population) durch den Suchraum interpretiert werden, hin zu einem als Attraktor bezeichneten Gebiet, in dem das globale Optimum erreicht wird. Er folgt dabei den Prinzipien der *Informationsauswertung (Exploitation)* und der *Informationsfindung (Exploration)*. Durch Rekombination werden bereits vorhandene Informationen in einem neuen Kontext getestet. Mutation bewirkt das Auffinden neuer und bereits im Selektionsprozeß verlorengegangener Informationen. Damit trägt sie besonders zum Verlassen lokaler Optima bei. Selektion sorgt für die Auslese irrelevanter, der Konvergenz abträglicher Informationen. Der Genetische Algorithmus stabilisiert durch das Zusammenwirken von Rekombination und Selektion seinen Suchraum. Wenn das Optimum innerhalb des durch die Population aufgespannten Sub–Suchraumes liegt, wird dieser nicht mehr verlassen. Darüberhinaus sind Genetische Algorithmen zielgerichtete, weil lernende Verfahren. Die nach der Selektion verbleibenden Individuen der Population bilden die Grundlage des nächsten Iterationsschrittes, so daß in jeder Periode die Informationen genutzt werden können, die in allen vorigen Schritten entstanden sind. Die Entwicklung des Systems zeichnet sich somit in hohem Maße durch Pfadabhängigkeit aus. Der Genetische Algorithmus hat die Eigenschaft, lokale Optima wieder verlassen zu können und globale zu finden. Dieses ist ein wesentlicher Vorteil, der ihn von konventionellen Verfahren — z. B. dem Gradientenverfahren — unterscheidet. Die globale Konvergenzeigenschaft ist bislang jedoch noch nicht allgemeingültig, sondern nur für bestimmte Klassen von Genetischen Algorithmen bewiesen worden.[17]

---

[15] Vgl. HEISTERMANN, J. (1994), S. 24 ff.

[16] μ bezeichnet die Populationsgröße der Elterngeneration, λ die Zahl der Nachkommen.

[17] Vgl. HARTL (1990).

3 Einsatz Genetischer Algorithmen in der ökonomischen Forschung

3.1 Die Modellierung von Lernprozessen

3.1.1 Literaturüberblick

Die ökonomischen Aufsätze zum Themenkreis Genetische Algorithmen beschäftigen sich mehrheitlich mit der Formulierung individueller und gesellschaftlicher Lernprozesse. Nach einem kurzen Überblick über die bereits veröffentlichten Beiträge soll im folgenden Abschnitt auf einige Modelle ausführlicher eingegangen werden, deren Herangehensweise zur Formulierung von Lernverhalten repräsentativ ist: ARIFOVIC (1994) benutzt zur Simulation adaptiven Verhaltens im Cobweb–Modell ausschließlich Genetische Algorithmen. Eine darauf aufbauende, differenziertere Analyse ökonomischer Verhaltensweisen ermöglicht der parallele Einsatz mehrerer Genetischen Algorithmen, wie beispielsweise in einem Zwei–Sektoren–Modell von BIRCHENHALL (1995) durchgeführt. Einen dritten Ansatz beschreibt VRIEND (1995) in seinem Beitrag zur Selbstorganisation von Märkten. Er kombiniert einen Genetischen Algorithmus mit einem *Classifier System*. Dieses repräsentiert ein System von „wenn … dann“–Verhaltensanweisungen, d. h. potentiellen Entscheidungsregeln, die für die einzelnen Individuen mit unterschiedlichen Auszahlungen verbunden sind. Die Regeln des Classifier Systems sind nicht notwendigerweise konstant, sondern können durch einen Genetischen Algorithmus generiert, verändert und optimiert werden.

Einer der ersten Beiträge zu dieser Thematik stammt von MARIMON/MCGRATTAN/SARGENT (1990). Aufbauend auf einem Modell von KIYOTAKI/WRIGHT (1989) analysieren sie eine Tauschwirtschaft, in der die Individuen entweder Güter oder Geld als Tauschmittel verwenden können. Die Lagerhaltung der Güter verursacht Kosten. Die Individuen verfügen über eine Form *künstlicher Intelligenz*, abgebildet durch ein *Classifier System*, das durch einen Genetischen Algorithmus modifiziert wird. Sie werden in jeder Periode durch einen Zufallsprozeß paarweise zum Tausch zusammengebracht. Simulationen dieses Modells ergeben, daß im Zeitablauf die Tausch– und Konsummuster der Agenten gegen ein stationäres Nash–Markov–Gleichgewicht konvergieren. Wird als zusätzliche Option die Kreditaufnahme eingeführt, entstehen multiple Gleichgewichte. In der Simulation dieses Szenarios konvergiert die Ökonomie immer gegen dasjenige Gleichgewicht, in dem das Gut mit den geringsten Lagerhaltungskosten (Geld) die Rolle des Tauschmittels einnimmt.

Ausgangspunkt für die Betrachtungen von MCCAIN (1995) sind Ergebnisse aus Experimenten die zeigen, daß die Güternachfrage von Konsumenten eher durch heuristische Entscheidungsregeln als durch Wahlentscheidungen aufgrund von Nutzenfunktionen abgebildet werden kann. Die beschränkte Rationalität der Konsumenten ergibt sich daraus, daß diese keine Kenntnis über Funktionstyp und Parameter ihrer Nutzenfunktion besitzen. Sie verfügen stattdessen über eine Gruppe von *Nachfrageregeln*, in denen die konsumierte Menge eines Gutes von seinem Preis abhängt, wobei jedoch die funktionale Form und die Parameterwerte der einzelnen Nachfrageregeln voneinander abweichen. Jede Nachfrageregel repräsentiert ein Individuum der Population des Genetischen Algorithmus. Im Prozeßablauf wird in jeder Periode ein Marktpreis in zufälliger Höhe erzeugt. Die Nachfrageregeln werden auf diesen angewendet, wobei sich erst jetzt ihre Qualität (Nutzen aus dem Konsum) offenbart. Durch Anwendung der Genetischen Operatoren werden die Nachfrageregeln angepaßt und verbessert. Rekombination zwischen zwei Nachfrageregeln repräsentiert den Austausch von Informationen über Nachfragestrategien. Mutationen können als Beobachtungsfehler interpretiert werden. Die Simulationsergebnisse zeigen, daß die beschränkt rationalen Individuen in geringer Zeit ein Nachfrageverhalten auf Gütermärkten „lernen", das im Ergebnis der Optimierung einer wohlspezifizierten Nutzenfunktion entspricht.

Die Arbeiten von MARIMON (1993), ARIFOVIC/EATON (1995) und AXELROD (1987) ziehen eine Verbindung zwischen Genetischen Algorithmen als adaptiven Lernalgorithmen und strategischem Lernen in evolutorischen Spielen.[18] MARIMON beschäftigt sich in seinem methodischen Beitrag ebenso wie MARIMON/MCGRATTAN (1992) mit der allgemeinen Klassifizierung von Lernalgorithmen. Er analysiert die Anforderungen, die an adaptive Lernalgorithmen zu stellen sind. Zentral ist dabei deren Fähigkeit Optimallösungen zu finden, d. h. nicht unendlich oft inferiore Lösungen auszuwählen. Nur wenn in adaptiven Lernmodellen die Kriterien *Experimente, Adaption* und *Trägheit* erfüllt sind, werden asymptotisch optimale Strategien gespielt. MARIMON stellt Analogien zwischen diesen Kriterien und den Charakteristika evolutionärer Modelle *Reproduktion, Mutation* und *Erhaltung* her. Er diskutiert damit die Möglichkeit, Lernmodelle in evolutionären Modellen abzubilden und versucht ein dem *Robusten Gleichgewicht* der Spieltheorie entsprechendes Gleichgewichtskonzept für Lernalgorithmen abzuleiten. Der Beitrag von ARIFOVIC/EATON (1995) greift ein von EATON/WHITE (1992) formuliertes Koordinationsproblem in einem mehrstufigen evolutorischen Spiel auf. Die Individuen verkörpern einen aus einer Gruppe mehrerer Typen und können auf der ersten Stufe aus einer großen Zahl verschiedener Güter eines als Signal auswählen. Auf der nächsten Stufe — dem eigentlichen Spiel — werden sie durch einen Zufallsprozeß paarweise zusammengebracht. Perfekte, d. h. richtige wechselseitige Signale sind für sie mit einer größeren Auszahlung verbunden, jedoch sind die Agenten lediglich über die Häufigkeitsverteilungen der Typen informiert. Wenn die Signale genügend Informationen beinhalten, werden sie von den Spielern benutzt, um ihre sozialen Verhaltensweisen zu bestimmen. In diesem Spiel gibt es eine Vielzahl von Gleichgewichten, wobei das Gleichgewicht perfekter Signale den anderen nach dem Pareto–Kriterium überlegen ist. Dort haben die Individuen die Wahl typgerechter Signale erlernt, d. h. alle Spieler eines Typs benutzen das gleiche Signal zur Offenlegung ihrer Identität. Es besteht allerdings die Möglichkeit, daß dieses Gleichgewicht wegen der Vielzahl der Typen und Individuen nicht erreicht wird. Die Erweiterung dieses Modells durch ARIFOVIC/EATON besteht in der Implementation eines Genetischen Algorithmus durch den das unkoordinierte kollektive Lernen in diesem Spiel simuliert wird. Die Simulationen zeigen, daß der Genetische Algorithmus nicht ausschließlich das Pareto–dominante Gleichgewicht erreicht, sondern für bestimmte Parameterkonstellationen in pareto–inferioren Gleichgewichten verbleibt. Das Modell von ARIFOVIC/EATON berücksichtigt nur anreizkompatibles Verhalten.

[18] Eine Einführung in die Theorie evolutionärer Spiele gibt WEIBULL (1995).

3.1.2 Implementation von Genetischen Algorithmen in ökonomischen Modellen anhand ausgewählter Beispiele

Arifovic (1994): Cobweb–Modell

ARIFOVIC testet in ihrer Arbeit mehrere Varianten Genetischer Algorithmen hinsichtlich der Frage, ob deren Implementation in einem einfachen Cobweb–Modell ähnliche Ergebnisse produziert, wie sie in ökonomischen Experimenten mit realen Wirtschaftssubjekten beobachtet worden sind.

Die Genetischen Algorithmen sollen in unterschiedlichen Modellierungen das Lernverhalten der am Markt agierenden Unternehmen simulieren. Die Marktnachfrage ist dabei exogen und gegeben durch:

$$p_t = A - B \cdot \sum_{i=1}^{n} P_i(t)$$

Die erste Variante ist des Lernalgorithmus ist ein sogenannter *Einpopulationsalgorithmus*, in dem jedes Individuum $P_i(t),\ i = 1, \ldots, n$ der Population $P(t)$ des Genetischen Algorithmus eine Unternehmung — genauer gesagt — die Produktionsmengenentscheidung einer Unternehmung repräsentiert. In einem einfachen Fall könnte ein Individuum 32–stellig binär kodiert werden.[19] So würde beispielsweise das Individuum $P_1(1)$

1000110111110010

die Entscheidung kodieren, in der ersten Periode 36 346 Mengeneinheiten zu produzieren.

Jedem Unternehmen entstehen Produktionskosten in Höhe von $C\left[P_i(t)\right]$. Dabei soll vereinfachend angenommen werden, die Produktionskosten seien proportional zur Produktionsmenge:

$$C\left[P_i(t)\right] = aP_i(t), \quad 0 < a < 1$$

Der Gewinn, den das Unternehmen aufgrund seiner Mengenentscheidung am Markt erhält, stellt in der Terminologie Genetischer Algorithmen die *Fitness* des Individuums dar und ist Ausgangspunkt für die Selektion:

$$Q\left[P_i(t)\right] = P_i(t) \cdot p_t - C\left[P_i(t)\right]$$

Hat sich auf dem Markt in Periode 1 ein Preis von beispielsweise $p_1 = 1$ gebildet, so beträgt die Fitness des Individuums P_1 in Generation $t = 1$ für $a = 0.7$

$$Q\left[P_1(1)\right] = 36\,346 \cdot 1 - 0.7 \cdot 36\,346 = 10\,903.8$$

Die Selektion guter von schlechten Mengenentscheidungen geschieht wie allgemein in Genetischen Algorithmen üblich durch Ziehen mit Zurücklegen aus den Individuen der alten Population. Dabei entspricht die Selektionswahrscheinlichkeit eines genetischen Individuums seiner relativen Fitness.

[19] Das Beispiel zur Implementierung entspricht (wahrscheinlich) nicht exakt der Vorgehensweise von Arifovic, die Implementierungsdetails ihrer Arbeit nicht darstellt. Das Beispiel wurde von den Autoren ergänzt, um zu verdeutlichen, wie ein Modell wie das von Arifovic prinzipiell kodiert sein *könnte*.

Beträgt beispielsweise in der Generation $t = 1$ die Summe der Fitnesswerte aller Individuen 1 084 217, so beträgt die relative Fitness des Individuums P_1 und damit seine Überlebenswahrscheinlichkeit

$$Q_r\left[P_i(1)\right] = \frac{10\,903.8}{1\,084\,217} \approx 0.01$$

ARIFOVIC erweitert den Grundalgorithmus von HOLLAND um den von ihr so benannten *Election–Operator*. Dieser stellt eine Art Vorentscheidung dar: Jedes Unternehmen entwickelt im Laufe einer Periode eine neue Mengenentscheidung $P_i(t)$. Dieses geschieht durch interne Prozesse der Rekombination und Mutation. Bevor aber die Mengenentscheidung $P_i(t)$ am Markt geäußert wird, erfolgt ein Vergleich mit der Mengenentscheidung der Vorperiode $P_i(t-1)$. Der realisierte Gewinn $Q\left[P_i(t-1)\right]$ wird dem erwarteten Gewinn der Mengenentscheidung $P_i(t)$ — der potentiellen Fitness — gegenübergestellt. Dieses geschieht anhand der für das Unternehmen besten verfügbaren Daten, also dem Marktpreis der Vorperiode p_{t-1} und den Produktionskosten der Vorperiode. Die potentielle Fitness der Entscheidung $P_i(t)$ ergibt sich als:

$$Q^p\left[P_i(t)\right] = p_{t-1} \cdot P_i(t) - C\left[P_i(t)\right]$$

Die neue Mengenentscheidung $P_1(2)$ könnte beispielsweise dadurch entstanden sein, daß zwischen der ehemaligen Entscheidung $P_1(1)$ und einer weiteren Mengenstrategie $P_6(1)$ ein einfaches Crossover nach der siebten Position stattgefunden hat

$P_1(1)$	1000110111110010
$P_6(1)$	0010001011000111
$P_1(2)$	1000110011000111

und danach das entstandene Individuum $P_1(2)$ an der dritten Genposition mutierte.

$$P_1(2) \quad 1010110011000111$$

Das neue Individuum $P_1(2)$ codiert die Entscheidung zur Herstellung von 44 231 Mengeneinheiten. Die potentielle Fitness von $P_1(2)$ beträgt

$$Q^P\left[P_1(2)\right] = 1 \cdot 44\,231 - 0.7 \cdot 44\,231 = 13\,269.3$$

Es wird dann von dem Unternehmen *die* Menge tatsächlich produziert, die die höhere Fitness bzw. potentielle Fitness besitzt, d. h. die Produktionsmenge $P_i(t)$ nach Ablauf des Election–Operators lautet:

$$P_i(t) := \text{argmax}\left\{Q\left[P_i(t-1)\right], Q^p\left[P_i(t)\right]\right\}$$

Im Beispiel würde in der Periode 2 die Menge von 44 231 Einheiten produziert, weil die potentielle Fitness dieser Entscheidung (13 269.3) größer ist als die tatsächliche Fitness der Entscheidung der Vorperiode (10 903.8).

Die zweite Variante ist der sogenannte *Mehrpopulationsalgorithmus*. Dieser enthält mehrere Populationen pro Zeitpunkt, wobei jede Population die einem Unternehmen zur

Verfügung stehende Entscheidungsmenge repräsentiert. Das jeweils beste Individuum ist die Mengenentscheidung, die vom Unternehmen am Markt geäußert wird. Mit dem Auftreten am Markt erfährt das Unternehmen den Marktpreis.[20] Der Ablauf des Mehrpopulationsalgorithmus erfolgt in Analogie zum Einpopulationsalgorithmus, nur mit dem Unterschied, daß die Entscheidungsfindung eines einzelnen Unternehmens differenzierter dargestellt wird. An dieser Stelle ist anzumerken, daß zwischen den einzelnen Populationen des Algorithmus kein Informationsaustausch — z. B. hinsichtlich der Markterfahrungen — erfolgt.[21]

ARIFOVIC überprüft die Wirksamkeit des *Election–Operators*, indem sie den Ein– und Mehrpopulationsalgorithmus jeweils ohne und mit Election simuliert. Im ersten Szenario konvergieren beide Algorithmen nicht zum Marktgleichgewicht. Sie schließt daraus, daß die Anwendung des unter 2 beschriebenen Basisalgorithmus zur Beschreibung von realtypischen Lern– und Suchvorgängen nicht zu sinnvollen Ergebnissen führt. Die um den Election–Operator erweiterten Algorithmen hingegen konvergieren zu einem Gleichgewichtspreis.

Bezeichnend an diesen Simulationen ist, daß Preisdivergenz im Cobweb–instabilen Fall[22] nicht festgestellt werden kann. Es kommt sowohl im Cobweb–stabilen als auch im Cobweb–instabilen Fall zur Konvergenz der Mengen und der Preise zu ihren Gleichgewichtswerten. Die Konvergenz vollzieht sich im Zeitablauf in (kleiner werdenden) Schwingungen um die Gleichgewichtswerte, wobei die Varianz der Preise (Amplitude der Preisanpassungsschwingungen) im Cobweb–stabilen Fall geringer ist als im Cobweb–instabilen. Damit entsprechen die Simulationsergebnisse den Resultaten der Experimente mit realen Individuen, widersprechen aber den Aussagen der Theorie.[23]

Birchenhall (1995): Technischer Wandel

BIRCHENHALL begründet seinen Beitrag auf Überlegungen von ROMER (1992), denen zufolge technischer Fortschritt als dezentraler, gesellschaftlicher Lernprozeß in einem hochdimensionalen Suchraum aufgefaßt werden kann. *Lernen* wird dabei in einem weiten Sinn interpretiert: als die Verbreitung von Wissen in einer Gesellschaft und als die Entwicklung neuen Wissens. Übertragen auf den Begriff des technischen Fortschritts, umfaßt dieser somit nicht nur die „echte“ Innovation, entstanden aus grundsätzlich neuen Ideen, sondern auch die neuartige Kombinationen und Verbreitung bereits vorhandenen technischen Wissens. In seinem Modell zeigt BIRCHENHALL wie der technische Innovations– und Lernprozeß durch Interaktion heterogener Individuen verschiedener ökonomischer Sektoren vorangetrieben werden kann. Grundlegend ist die Annahme, daß den Individuen die Grenzen des technisch Möglichen nicht bekannt sind. BIRCHENHALL sieht den technischen Wandel als einen Prozeß, diese Grenzen festzustellen und sie in Richtung vielversprechender Ansätze nach außen zu verschieben. Er greift dabei das Konzept mo-

[20] Implizit unterstellt ARIFOVIC damit atomistische Konkurrenz.

[21] Ein Informationsaustausch zwischen Algorithmen wird beispielsweise von BIRCHENHALL (1995) formuliert.

[22] Als Cobweb–instabil wird die Situation bezeichnet, in der das Verhältnis der Steigungen von Angebots– und Nachfragefunktion größer als Eins ist.

[23] Das sogenannte *Cobweb–Theorem* wurde von EZEKIEL (1938) formuliert.

dularer Technologien auf. Bei diesen handelt es sich um Technologien, die aus einzelnen Komponenten mit bestimmten Funktionsbeziehungen bestehen.

Die Ökonomie besteht aus zwei Sektoren: *Ingenieuren* und *Financiers*. Für die Sektoren (i. e. Populationen) werden die Charakteristiken und Entscheidungskalküle der Individuen in jeweils einem Genetischen Algorithmus implementiert. Die *Ingenieure* konkurrieren um erfolgreiche Technologien, wobei nur am Markt durchsetzungsfähige sich behaupten (Selektion). Sie entwickeln innovative Technologien, indem sie entweder bereits vorhandene Technologiekomponenten in einem neuen Kontext einsetzen (Rekombination) oder, indem sie experimentieren und neue Module erfinden (Mutation). Die *Financiers* bilden *Entscheidungsmodelle* über die potentiellen Chancen von Technologien. Ihnen obliegt die Marktbeobachtung bereits implementierter Technologien und eine Evaluation hinsichtlich des zu erwartenden Erfolgs. Sie konkurrieren untereinander um die besten Entscheidungsmodelle (Selektion), revidieren ihre Modelle, indem sie Modellkomponenten neu zusammenfügen (Rekombination) und diese modifizieren (Mutation). Die *Financiers* wählen zwischen den von den *Ingenieuren* vorgeschlagenen Technologien. Besonders erfolgreiche Technologien werden nachgeahmt, verbessert und ziehen vermehrt Ressourcen auf sich. Die Qualität einer Technologie äußert sich somit in ihrer Profitabilität, die Qualität eines Entscheidungsmodells hingegen darin, wie gut es den relativen Erfolg respektive Mißerfolg einer implementierten Technologie erklären kann. Neben den bereits erwähnten Genetischen Operatoren (*Rekombination, Mutation, Selektion*) setzt BIRCHENHALL darüber hinaus den von ARIFOVIC (1994) entwickelten *Election*–Operator ein. Dieser nimmt eine an der potentiellen Profitabilität orientierte Vorauswahl zwischen noch nicht am Markt implementierten Technologien vor.

Im Einzelnen lauten die Annahmen des Modells wie folgt:

- In der Ökonomie kann ein Gut y mit einer Menge X unterschiedlicher Technologien produziert werden, $y = f(x),\ x \in X,\ X = \{x^h \mid h = 1, \ldots, N\}$. Jede dieser Technologien besteht aus einzelnen Modulen $x^h = (x_1^h, \ldots, x_n^h)$. Die Produktionsfunktion ist linear–homogen in den einzelnen Technologiekomponenten:

$$f(x) = \prod_{i=1}^{n} x_i^{a_i} \qquad \text{mit} \qquad \sum_{i=1}^{n} a_i = 1$$

- In dem Genetischen Algorithmus des Ingenieurssektors (Technologiealgorithmus) wird die Population durch die Menge der Technologien X dargestellt. Jedes Individuum x^h repräsentiert eine modular zusammengesetzte Technologie. Die Produktionsparameter $a_i,\ i = 1, \ldots, n$ sind den Ingenieuren bekannt. Innovationen entstehen einerseits durch Rekombination zwischen Technologien und andererseits durch Mutation (Austausch und Veränderung der a_i).

- Die Qualität einer am Markt implementierten Technologie x entspricht ihrer Profitabilität:[24]

$$\begin{aligned} \Pi(x) &= R[f(x)] - C(x) \\ \Longleftrightarrow \Pi(x) &= \prod_{i=1}^{n} x_i^{a_i} - \sum_{i=1}^{n} x_i \end{aligned}$$

[24]Die Preise sind exogen gegeben und auf Eins normiert.

Eine am Markt unterlegene Technologie wird selektiert.

- Die *Financiers* kennen zwar die Struktur der Produktionsfunktion, nicht jedoch die wahren Werte der Parameter a_i. Dementsprechend haben sie keine Kenntnis über die genaue Form der Profitfunktion. Über die unbekannten Größen werden Modelle gebildet. Diese unterscheiden sich nur hinsichtlich der von den jeweiligen Agenten angenommenen Werte der a_i und können durch einen Vektor dieser Parameter abgebildet werden $\hat{a} = (\hat{a}_1, \ldots, \hat{a}_n)$. Die Modellprofitabilität einer Technologie x^h ergibt sich somit als:
$$\hat{\Pi}(x^h) = \hat{R}[\hat{f}(x)] - \hat{C}(x)$$
- Der Sektor der *Financiers* wird ebenfalls durch einen Genetischen Algorithmus abgebildet. Die Population setzt sich aus M einzelnen Technologiemodellen mit den jeweiligen Modellprofiten $\hat{\Pi}^k(x),\ k = 1, \ldots, M$ zusammen. Die Modellprofite werden mit den realen Profiten der am Markt implementierten Technologien verglichen. Die Qualität eines Modells ist um so höher, je geringer die Abweichung zwischen Modellprofit $\hat{\Pi}(x^h)$ und beobachtetem Profit $\Pi(x^h)$ einer bestimmten Technologie ist, d. h. sie steht in einer inversen Beziehung zur Summe der absoluten Fehler[25]
$$E(\hat{\Pi}, X) = \sum_{h=1}^{N} \left| \hat{\Pi}(x^h) - \Pi(x^h) \right| .$$
- Auch der Modellalgorithmus der *Financiers* unterliegt den Genetischen Operatoren Rekombination, Mutation und Selektion, d. h. Austausch und Veränderung der Modellkomponenten und Auswahl der besseren Modelle. Darüber hinaus verfügen sie über ein weiteres Entscheidungskriterium, den sogenannten *Election*–Operator, der eine Verbindung zwischen Modell– und Technologiealgorithmus herstellt. Eine durch Rekombination oder Mutation veränderte Technologie x' wird ihre Vorgängerin x im Technologiealgorithmus nur dann ersetzen, wenn es mindestens ein Modell k gibt, das dieser Technologievariante eine höhere Profitabilität voraussagt, d. h. $\hat{\Pi}^k(x') > \Pi(x)$. Aufgrund der Informationen, die die *Financiers* ex post über die implementierten Technologien vom Markt erhalten, ist es ihnen möglich, für jedes potentielle Modell ex ante die Qualität zu ermitteln.

Die Algorithmen des Technologie– und Modellsektors wurden von BIRCHENHALL in verschiedenen Szenarien wiederholt simuliert. Seine anfänglichen Erwartungen der technologischen Konvergenz wurden in den Simulationen bestätigt: Technisches Wissen verteilt sich gleichmäßig in der Gesellschaft, und wird von dieser mit exponentieller Rate gelernt. Einen besonderen Beitrag zur globalen Konvergenz leistet dabei der Election–Operator. In Szenarien ohne Vorauswahl der Technologien mittels prognosefähiger Modelle entwickelt sich der Technologiealgorithmus unabhängig vom Modellalgorithmus. Auf den Ergebnissen des Technologiealgorithmus beruhende Erkenntnisse der *Financiers* über die Konkurrenzfähigkeit bestimmter Technologien am Markt werden von den *Ingenieuren* nicht berücksichtigt. Ein Vergleich der Szenarien zeigt, daß Ökonomien mit Election–Operator schneller und umfassender konvergieren als diejenigen ohne Vorauswahl.

[25] Alternativ kann auch die Summe der quadrierten Fehler als Maßstab herangezogen werden.

Vriend (1995): Selbstorganisation von Märkten

Die Ökonomie besteht aus zwei Typen von Agenten: Unternehmen und Haushalten. Zu Beginn haben die Individuen abgesehen von den Informationen über sich selbst keine weiteren Kenntnisse über die Charakteristika der anderen und über die Struktur der Ökonomie. Das bedeutet im Einzelnen, daß die Unternehmen nicht über die Höhe des Gesamtangebots– und der Gesamtnachfrage informiert sind. Die Haushalte haben a priori keine Informationen über die Identität ihres Tauschpartners (Unternehmen, Haushalt) sowie über die Höhe des Gesamtangebots, der Gesamtnachfrage und über die individuellen Angebotsmengen der einzelnen Unternehmen. Im Ablauf der Periode werden die Tauschhandlungen getätigt und am Periodenabschluß erfolgt die Bewertung des Tauscherfolgs.

1. *Modellierung des Unternehmenssektors:*
   - Vor Periodenbeginn produziert jede Firma eine bestimmte, variable Menge eines homogenen Konsumgutes, dessen Preis gegeben, konstant und allen bekannt ist. Die produzierte Gütermenge ist damit für die entsprechende Periode fixiert.
   - Alle Firmen verfügen über eine identische, linear homogene Produktionstechnologie.
   - Lagerhaltung ist ausgeschlossen: die produzierten Mengen sind sofort verkäuflich; nicht verkaufte Güter werden am Ende des Tages zerstört.
   - Die Nachfragefunktion ist den Firmen nicht bekannt , d. h. Maximierung der erwarteten Gewinne ist nicht möglich. Jedes Unternehmen kann den anderen Individuen bezüglich des Umfangs der zu Verkauf stehenden Güter Informationen zukommen lassen. Die Signalsendung verursacht Kosten.
   - Das Unternehmen maximiert seine Profite über die Wahl seiner Produktionsmenge und die Zahl der auszusendenden Signale: Die Profite einer einzelnen Unternehmung hängen von der bei ihr und gesamt nachgefragten Gütermenge der Vorperiode ($q_{i,t-1}; q_{t-1}$), der Zahl der firmenspezifischen und der ökonomieweiten Signale ($s_{i,t}; s_t$), den Produktions– und Signalgrenzkosten (c, k), der Patronagerate (f), der Gesamtzahl der Individuen (N) und der Zahl der Konsumenten (n) in der Ökonomie ab:

$$\begin{array}{lrcl} \text{Profite} & \pi_{i,t} & = & (p_t - c_t) \cdot q_{i,t} - k \cdot s_{i,t} \\ \text{Produktion} & q_{i,t} & = & (f \cdot q_{i,t-1}) + \left(\frac{s_{i,t}}{s_t}\right) \cdot \{1 - e^{-\frac{s_t}{N}}\} \cdot (n - f \cdot q_{t-1}) \end{array}$$

   - Zur Modellierung der Verhaltensweise einer einzelnen Unternehmung wird eine Kombination von Classifier System (CS) und Genetischem Algorithmus verwendet. Das Classifier System beinhaltet dabei Informationen über die potentiellen Auszahlungen (Profite) alternativer Produktionsmengen–/Signalkombinationen und leitet aus diesen Alternativen die aktuell zu wählende Unternehmensstrategie ab. Die Anfangsbelegung des CS sind zufällig im zweidimensionalen q/s–Raum ausgewählte Punkte. Das Classifier System bestimmt, welche Entscheidungsregeln in einer bestimmten Periode aktiviert werden. Die sich durch die potentiellen Auszahlungen unterscheidenden Verhaltensweisen werden auf der Basis der Erfahrungen der vorangegangenen Perioden aktualisiert. Die Entscheidungsregeln nehmen an einer stochastischen Auktion teil. Das höchste Gebot gewinnt, mit der Folge, daß die Qualität der entsprechenden Entscheidungsregel verbessert wird. Der Genetische Algorithmus wird nicht nach jeder Periode (jedem Durchlauf) eingesetzt, sondern in größeren Abständen um dem Classifier System die Gelegenheit zu geben, bestimmte Strategien umfassend zu evaluieren. Er erzeugt neue Entscheidungsregeln und lenkt die Menge der Strategien in Richtung profitablerer. Dieses geschieht unter Einsatz der genetischen Operatoren.

2. *Modellierung des Haushaltssektorssektors:*
   - Pro Periode fragt jeder Haushalt eine Einheit des Konsumgutes nach.
   - In jeder Periode kann nur eine Unternehmung aufgesucht werden. Der Signalempfang von Unternehmen ist kostenlos.
   - Der Allokation erfolgt zum konstanten Preis nach dem Windhundverfahren und ist anonym.
   - Die Verhaltensweisen eines Haushalts werden ebenfalls in einem Classifier System abgebildet (vgl. Tabelle 1). Der Alternativenraum ist jedoch vollständig erfaßt, so daß keine Modifikation des Classifier Systems durch einen Genetischen Algorithmus erforderlich ist. Es lassen sich drei Kategorien von Zusammenkünften bilden: (a) *Patronage*, d. h. Aufsuchen des zuletzt besuchten Agenten, (b) Besuch bei Firmen, deren Signal empfangen wurde und (c) Besuch bei zufällig ausgewählten Agenten. In dieser Situation ergibt sich, daß nicht alle Konsumenten eine Einheit des Gutes erworben haben müssen: entweder, weil die aufgesuchte Unternehmung bereits alle Gütereinheiten verkauft hatte oder weil der aufgesuchte Agent keine Firma, sondern ein Haushalt war.

Tabelle 1: Classifier System der Haushalte*

if	satisfied	$\wedge$	Signal	$\Longrightarrow$	Patronage
if	satisfied	$\wedge$	Signal	$\Longrightarrow$	Known
if	satisfied	$\wedge$	Signal	$\Longrightarrow$	Random
if	satisfied	$\wedge$	$\neg$Signal	$\Longrightarrow$	Patronage
if	satisfied	$\wedge$	$\neg$Signal	$\Longrightarrow$	Random
if	late	$\wedge$	Signal	$\Longrightarrow$	Patronage
if	late	$\wedge$	Signal	$\Longrightarrow$	Known
if	late	$\wedge$	Signal	$\Longrightarrow$	Random
if	late	$\wedge$	$\neg$Signal	$\Longrightarrow$	Patronage
if	late	$\wedge$	$\neg$Signal	$\Longrightarrow$	Random
if	Mist	$\wedge$	Signal	$\Longrightarrow$	Patronage
if	Mist	$\wedge$	Signal	$\Longrightarrow$	Known
if	Mist	$\wedge$	Signal	$\Longrightarrow$	Random
if	Mist	$\wedge$	$\neg$Signal	$\Longrightarrow$	Patronage
if	Mist	$\wedge$	$\neg$Signal	$\Longrightarrow$	Random

* *Satisfied*: Gut bei Tauschpartner erhalten, *Late*: ausverkaufte Firma aufgesucht, *Mist*: Tauschpartner war keine Firma, *Signal*: Signal erhalten, $\neg$*Signal*: kein Signal erhalten, *Patronage*: Rückkehr zu Tauschpartner aus $t-1$, *Known*: Besuch bei signalsendendem Agenten, *Random*: Tauschpartners durch Zufallswahl.

Jeder der Strategien wird ein Qualitätswert zugeordnet, wobei die anfängliche Qualität für alle Strategien gleich ist. In jeder Periode nehmen diejenigen Entscheidungsregeln, für die der „wenn ...“–Teil erfüllt ist, an einer stochastischen Auktion teil. Das höchste Gebot gewinnt und die dadurch aktivierte Entscheidungsregel wird in ihrer Qualität verstärkt. Die Folge ist, daß erfolgreiche Strategien sich im Zeitablauf durchsetzen.

Das Modell wurde in mehreren Szenarien wiederholt simuliert. Als wesentliches Ergebnis läßt sich festhalten, daß nach einer Phase des populationsweiten Lernens, sich auf aggregierter Ebene eine stationäre makroökonomische Situation einstellt. Die Struktur der Ökonomie wurde von den Konsumenten insoweit gelernt, als daß sie in bezug auf die Tauschpartner zwischen Unternehmen und Haushalten differenzieren können, wobei die Auswahl der Firmen durch die Konsumenten zu 70 % auf die gesendeten Signale zurückzuführen ist. Es gibt systematische Unterschiede im Konsumentenkaufverhalten, da einige um ein vierfaches häufiger Firmentreue zeigen. Auch die Firmen unterscheiden sich zum Ende stark hinsichtlich ihrer Markterwartungen und –erfahrungen, weisen aber das gleiche Kostenprofil pro verkaufter Einheit auf.

3.2 Einsatzmöglichkeiten bei numerischen Optimierungsproblemen

Abschließend sollen einige Ansätze dargestellt werden, die speziell die numerischen Lösungseigenschaften Genetischer Algorithmen in den Bereichen der Dynamischen Optimierung, Statistik oder Ökonometrie nutzen.

BEAUMONT/BRADSHAW (1995) nutzen in ihrem Beitrag die formalen Eigenschaften Genetischer Algorithmen zur numerischen Lösung komplexer Optimierungsprobleme. Sie testen die Lösungseigenschaften sogenannter *Distributed Parallel Genetic Algorithms* (DGPA) in einem dynamischen Modell endogenen Wachstums und vergleichen sie mit den Ergebnissen anderer bereits untersuchter numerischer Lösungsverfahren. Die Genetischen Algorithmen sind formal identisch und durchsuchen denselben Lösungsraum. Die Besonderheit besteht allerdings darin, daß die jeweiligen Anfangspopulationen zwar zufällig aber in begrenzten Parameterintervallen gewählt werden. Bildlich gesprochen bedeutet dieses, daß die Genetischen Algorithmen ihre Suche von gezielt ausgewählten Ecken des Suchraumes aus starten. Zwischen Genetischen Algorithmen, findet ein regelmäßiger Informationsfluß durch Austausch der jeweils besten Individuen der jeweiligen Population statt. Auf diese Weise wird verhindert, daß einzelne Algorithmen in lokalen Optima gefangen werden. Den Vorteil der DPGAs liegt nach Ansicht von BEAUMONT/BRADSHAW in der relativ einfachen Implementation, insbesondere, da die erzielten Ergebnisse denen anderer Approximationsmethoden vergleichbar sind.

Einen gegenüber dem vorangegangenen inhaltlich sehr unterschiedlichen Weg beschreiten FARLEY/JONES (1995). Ihr Ausgangspunkt ist die häufig unzureichende Prognosequalität verschiedener Konjunkturindikatoren. Sie schließen sich dabei der Ansicht an, das ein Indikator nur sehr eingeschränkt sowohl Boomphasen als auch Talsohlen ex post prognostizieren kann. Der ihrer Ansicht nach vielversprechendere Weg besteht darin, Indikatoren zu suchen, die jeweils eine der beiden Phasen mit dann größerer Genauigkeit prognostizieren. Sie benutzen einen Genetischen Algorithmus, um aus vorhandenen amerikanischen Zeitreihen diejenigen herauszusuchen und zu einem Konjunkturindikator (Index) zusammenzustellen, der am besten die Talsohlen prognostiziert. Genetische Algorithmen erweisen sich ihren Ergebnisse zufolge als für diese Aufgabe geeignet. Die von ihnen gefundenen Optimallösungen wurden an der Referenzkurve des NATIONAL BUREAU OF ECONOMIC RESEARCH getestet. Sie schließen aus ihren Resultaten, daß Genetische Algorithmen auch erfolgreich bei umfassenderen empirischen Problemen eingesetzt werden können.

4 Ausblick

Die in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Arbeiten zeigen, daß sich einerseits auf ökonomisch–theoretischer und andererseits auch auf empirischer Ebene interessante Ansatzpunkte für den Einsatz Evolutionärer Optimierungsverfahren ergeben. Es können Problemstellungen mit komplexen Verhaltensmustern der Agenten formuliert und analysiert oder umfangreiche empirische Probleme bearbeitet werden. Deshalb bietet sich ihre Anwendung sowohl bei der Analyse von Lernverhalten, kollektiver Interaktion oder allgemein in der Spieltheorie, als auch im Umgang mit großen Datenmengen an, da zumindest zufriedenstellende Ergebnisse in der Regel schon nach kurzer Laufzeit des Algorithmus zur Verfügung stehen. Die Erklärungsfähigkeit des Verfahrens in ökonomischen Modellen hängt u. a. auch davon ab, ob ein Genetischer Algorithmus isoliert, in Kombination mit einem weiteren Genetischen Algorithmus oder mit einem Classifier System eingesetzt wird.[26] Die Modellierung der Genetischen Operatoren und die Implementation eines Genetischen Algorithmus ist sehr stark an dem zu lösenden Problem orientiert, so daß verallgemeinernde Aussagen nur schwer zu treffen sind. Sowohl auf methodisch–mathematischer als auch auf inhaltlicher Ebene besteht hierzu Forschungsbedarf. Es fehlt an mathematischen Beweisen für generelle Konvergenz und die Effizienz evolutionärer Optimierungsverfahren, ebenso wie an Erklärungen für das typischerweise auftretende Konvergenzmuster. Von den bereits bekannten Ausgestaltungsmöglichkeiten der genetischen Operatoren wurde in diesem Beitrag nur ein kleiner Anteil skizziert. Den Schwerpunkt der Forschung bildeten bislang die Erweiterungen und Modifikationen der Genetischen Operatoren, Variationen in der Formulierung der Zielfunktion und der Kodierung oder die, in diesem Beitrag nicht angesprochene, *Schema–Theorie*.[27] Darüberhinaus wird an Algorithmen gearbeitet, die Nischenbildung oder Spezialisierung abbilden.[28]

[26] Zum Stand der Forschung lernender Classifier Systeme s. WILCOX (1995).

[27] Vgl. zu diesen Aspekten beispielsweise BÄCK/HOFFMEISTER (1990), dies. (1991) und BÄCK (1991) oder für eine umfangreiche Übersicht BEASLEY/BULL/MARTIN (1993a,b).

[28] Vgl. hierzu die Arbeit von MAHFOUD (1995).

Literaturverzeichnis

ARIFOVIC, JASMINA (1994), *Genetic Algorithm Learning and the Cobweb–Model*, in: Journal of Economic Dynamics and Control, 18, S. 3–28.

ARIFOVIC, JASMINA; EATON, CURTIS (1995), *Coordination via Genetic Learning*, in: Computational Economics, 8, S. 181–203.

ARTHUR, W. BRIAN (1991), *Designing Economic Agents that Act Like Human Agents: A Behavioural Approach to Bounded Rationality*, in: American Economic Association, Papers and Proceedings, 81, S. 353–359.

ARTHUR, W. BRIAN (1993), *On Designing Economic Agents that behave like Human Agents*, in: Journal of Evolutionary Economics, 3, S. 1–22.

AXELROD, R. (1987), *The Evolution of Strategies in the Iterated Prisoner's Dilemma*, in: Davis, L. (Hrsg.), Genetic Algorithms and Simulated Annealing, Ch. 3, S. 32–41.

BÄCK, THOMAS; HOFFMEISTER, FRANK (1990), *Adaptive Search by Evolutionary Algorithms*, Dortmund.

BÄCK, THOMAS; HOFFMEISTER, FRANK (1991), *Extended Selection Mechanisms in Genetic Algorithms*, Dortmund.

BÄCK, THOMAS (1991), *Self–Adaptation in Genetic Algorithms*, Dortmund.

BEASLEY, DAVID; BULL, DAVID R.; MARTIN, RALPH R. (1993a), *An Overview of Genetic Algorithms: Part 1, Fundamentals*, in: University Computing, 1993, 15(2), S. 58–69.

BEASLEY, DAVID; BULL, DAVID R.; MARTIN, RALPH R. (1993b), *An Overview of Genetic Algorithms: Part 2, Research Topics*, in: University Computing, 1993, 15(4), S. 170–181.

BEAUMONT, PAUL M.; BRADSHAW, PATRICK T. (1995), *A Distributed Parallel Genetic Algorithm for Solving Optimal Growth Models*, in: Computational Economics, 8, S. 159–179.

BIRCHENHALL, CHRIS (1995), *Modular Technical Change and Genetic Algorithms*, in: Computational Economics, 8, S. 233–253.

DEJONG, K. (1975), *The Analysis and Behaviour of a Class of Genetic Adaptive Systems*, University of Michigan.

DEJONG, K.; SPEARS, W. M. (1989), *Using Genetic Algorithms to Solve NP–Complete Problems*, in: J. D. Schaffer (Hrsg.), Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms, Ch. 13, S. 166–186.

EATON, C.; WHITE, W. D. (1992), *Image Building*, unveröffentlichtes Manuskript.

EZEKIEL, M. (1938), *The Cobweb–Theorem*, in: Quarterly Journal of Economics, 52, S. 255–280.

FARLEY, ARTHUR M.; JONES, SAMUEL (1994), *Using a Genetic Algorithm to Determine an Index of Leading Economic Indicators*, in: Computational Economics, 7, S. 163–173.

GOLDBERG, D. E. (1985), *Alleles, Loci, and the Travelling Salesman Problem*, in: Grefenstette, J. J. (Hrsg.), Proceedings of the First International Conference in Genetic Algorithms, S. 154–159.

GOLDBERG, D. E. (1989), *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning.*

HARTL, RICHARD F. (1990), *A Global Convergence Proof for a Class of Genetic Algorithms*, Technische Universität Wien.

HEISTERMANN, JOCHEN (1994), *Genetische Algorithmen*, Teubner Texte zur Informatik, Bd. 9.

HIRSHLEIFER, JACK (1977), *Economics from a Biological Viewpoint*, in: The Journal of Law and Economics, 20, S. 1–52.

HOFFMEISTER, FRANK; BÄCK, THOMAS (1991), *Genetic Algorithms and Evolution Strategies — Similiarities and Differences*, European Study Group for Evolutionary Economics, Papers on Economics & Evolution, No. 9103.

HOLLAND, JOHN H. (1975), *Adaptation in natural and artificial systems*. The University of Michigan, Ann Arbor.

HOLLAND, JOHN H.; MILLER, JOHN H. (1991), *Artificial Adaptive Agents in Economic Theory*, in: American Economic Association, Papers and Proceedings, 81, S. 365–370.

HOLLAND, JOHN H. (1992), *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*, 2. Aufl., Cambridge/Mass.

KIYOTAKI, N.; WRIGHT, R. (1989), *On Money as a Medium of Exchange*, in: Journal of Political Economy, 97, S. 927–954.

LANE, DAVID A. (1993), *Artificial Worlds and Economics, Part 1*, in: Journal of Evolutionary Economics, 3, S. 89–107.

LANE, DAVID A. (1993), *Artificial Worlds and Economics, Part 2*, in: Journal of Evolutionary Economics, 3, S. 177–197.

LUCAS, ROBERT E. JR. (1986), *Adaptive Behavior and Economic Theory*, in: Journal of Business, 59, S. 401–426.

MAHFOUD, SAMIR W. (1995), *Niching Methods for Genetic Algorithms*, IlliGAL Report No. 95001, Illinois Genetic Algorithms Laboratory, Urbana–Champaign.

MARIMON, RAMON; MCGRATTAN, ELLEN; SARGENT, THOMAS J. (1990), *Money as a Medium of Exchange in an Economy with Artificially Intelligent Agents*, in: Journal of Economic Dynamics and Control, 14, S. 329–373.

MARIMON, RAMON; MCGRATTAN, ELLEN (1992), *On Adaptive Learning in Strategic Games*, in: Kirman, A.; Salmon, M. (Hrsg.), Learning and Rationality in Economics, Oxford.

MARIMON, RAMON (1993), *Adaptive Learning, Evolutionary Dynamics and Equilibrium Selection in Games*, in: European Economic Review, 37, S. 603–611.

MARKS, R. E. (1992), *Breeding Hybrid Strategies: Optimal Behaviour for Oligopolists*, in: Journal of Evolutionary Economics, 2, S. 17–38.

MCCAIN, ROGER A. (1995), *Genetic Algorithms, Teleological Conservatism, and the Emergence of Optimal Demand Relations: The Case of Stable Preferences*, in: Computational Economics, 8, S. 187–202.

RECHENBERG, INGO (1973), *Evolutionsstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*, Stuttgart.

RECHENBERG, INGO (1990), *Evolutionsstrategie — Optimierung nach Prinzipien der biologischen Evolution*, in: J. Albertz (Hrsg.), Evolution und Evolutionsstrategien in Biologie, Technik und Gesellschaft, 2. Auflage, Wiesbaden.

ROMER, PAUL (1992), *Two Strategies for Economic Development: Using Ideas vs. Producing Ideas*, World Bank Annual Conference on Development Economics 1992.

SARGENT, THOMAS (1993), *Bounded Rationality in Macroeconomics*, Oxford.

SCHWEFEL, HANS–PAUL (1975), *Evolutionsstrategie und numerische Optimierung*, Dissertation, Technische Universität Berlin.

SCHWEFEL, HANS–PAUL (1977), *Numerische Optimierung von Computer–Modellen mittels der Evolutionsstrategie*, in: Interdisciplinary Systems Research, Vol. 26, Basel.

SCHWEFEL, HANS–PAUL (1981), *Numerical Optimization of Computer Models*, Wiley, Chichester.

SCHWEFEL, HANS–PAUL (1988), *Evolutionary Learning Optimum–seeking on Parallel Computer Architectures*, in: A. Sydow, S. G. Tzafestas, R. Vichnevetsky (Hrsg.), Proceedings of the International Symposium on Systems Analysis and Simulation, Berlin.

SELTEN, REINHARD (1990), *Bounded Rationality*, in: Journal of Institutional and Theoretical Economics (JITE), 146, S. 649–658.

TESFATSION, LEIGH (1995), *How to Get Alife*, Iowa State University.

VRIEND, NICOLAAS J. (1995), *Self–Organization of Markets: An Example of a Computational Approach*, in: Computational Economics, 8, S. 205–231.

WEIBULL, JÖRGEN (1995), *Evolutionary Game Theory*, MIT Press, Cambridge Mass.

WILCOX, JASON R. (1995), *Organizational Learning within a Learning Classifier System*, Urbana/Ill.