

Lernen in ökonomischen Systemen: Qualitative Aspekte und Überblick

*Christiane Clemens und Franz Haslinger**

Diskussionspapier Nr. 244

August 2001

Zusammenfassung

Dieser Beitrag gibt einen Überblick über Ansatzpunkte und Möglichkeiten zur Integration von Lernprozessen in volkswirtschaftliche Fragestellungen. Es werden alternative Methoden vorgestellt, individuelle aber auch gesellschaftliche Lernvorgänge in ökonomischen Modellen zu erfassen.

ISSN 0949 – 9962

JEL Klassifikation: C73 – D83 – C6

Keywords: Beschränkte Rationalität, Lernen

*Universität Hannover — Institut für Volkswirtschaftslehre, Abteilung Wachstum und Verteilung, Königsworther Platz 1, 30 167 Hannover, e-mail: clemens@vwl.uni-hannover.de und haslinger@vwl.uni-hannover.de.

1 Vorbemerkungen

Das Thema *Lernen* in der Ökonomie ist vergleichsweise alt. Schon bei Adam Smith findet sich die berühmte Metapher von der *invisible hand*, derzufolge die Individuen aus den von den Märkten empfangenen Preissignalen lernen, sich jenen Aktivitäten zuzuwenden, die ihnen den grösstmöglichen Ertrag oder Nutzen stiften. Die modellmäßige Integration des Lernens ist allerdings vergleichsweise jungen Datums. Die theoretische Beschäftigung mit diesen Fragen setzte erst vor etwa dreißig Jahren ein.

Um einen ersten Eindruck von der Bedeutung des Lernens zu erhalten, soll folgendes Experiment näher betrachtet werden. Gegeben seien zwei Urnen *A* und *B*, von denen die Urne *A* mit 50 roten Kugeln und 50 schwarzen Kugeln gefüllt ist, die Urne *B* ist dagegen mit insgesamt 100 roten und schwarzen Kugeln gefüllt, wobei allerdings die Zusammensetzung nicht bekannt ist. Gegen einen Spieleinsatz von 30 Euro gewinnen Sie einen Geldbetrag von 100 Euro, wenn Sie aus einer der beiden verdeckten Urnen eine rote Kugel ziehen. Ihr Nettogewinn, nach Abzug des Spieleinsatzes beträgt dann 70 Euro. Sie gehen leer aus, das heißt, Sie verlieren netto ihren Einsatz von 30 Euro, wenn Sie eine schwarze Kugel ziehen. Da ihnen zur Wahl gestellt ist, aus einer der beiden Urnen zu ziehen, welche der Urnen würden Sie wählen?

Die meisten Probanden wählen in diesem Experiment die Urne *A*, obwohl beide Urnen gleiche Gewinnchancen besitzen. Denn es gibt keinen Anhaltspunkt für die Annahme, die Kugeln in Urne *B* seien ungleich verteilt. Folglich sind, aufgrund des Prinzips vom unzureichenden Grunde die Wahrscheinlichkeiten, aus einer der Urnen eine rote Kugel zu ziehen a priori gleich (jeweils 0.5). Demnach beträgt der zu erwartende Nettogewinn bzw. der Erwartungswert dieser Lotterie 20 Euro ($= 0.5 \times 100 - 0.5 \times 0 - 30$), unabhängig davon, aus welcher der beiden Urnen gezogen wird.

Wenn die meisten Menschen in einer derartigen Situation die Urne *A* der Urne *B* vorziehen, dann bringen sie mit diesem Verhalten eine Abneigung gegen Ungewissheit, die sogenannte *Ambiguitätsaversion* zum Ausdruck. Die Ungewissheit liegt darin, dass die Aufteilung der 100 schwarzen und roten Kugeln in Urne *B* unbekannt ist. Denn natürlich könnte die Aufteilung der Kugeln in dieser Urne zum Beispiel 1 rote und 99 schwarze Kugeln mit einem zu erwartenden Verlust von 29 Euro sein. Die Aufteilung könnte aber ebenso gut 99 rote und 1 schwarze Kugel betragen; der Erwartungswert wäre dann 69 Euro. Die Abneigung vor dieser Ungewissheit über den Nettogewinn der Urne *B*, lässt die Individuen die Urne *A*, mit der sicheren Aufteilung wählen. Nichtsdestoweniger ist der Ausgang der Lotterie in beiden Fällen, ob nun aus Urne *A* oder *B* gezogen wird, jeweils vom Zufall abhängig.

Ambiguitätsaversion hat im allgemeinen zur Folge, dass die betreffenden Individuen bereit sind, monetäre oder nichtmonetäre, (z. B. Zeit-) Aufwendungen zu tragen um die Ungewissheit durch Informationsgewinnung zu reduzieren oder gänzlich zu beseitigen. Sie sind, kurz gesagt, bereit in Lernaktivitäten zu investieren. Das um so mehr je ungewisser bzw. komplexer die Entscheidungssituation ist und je häufiger die Entscheidungssituation wiederkehrt. Die Situation der Urne *B* ist insofern einfach, weil die Farben der Kugeln festgelegt und bekannt sind. Die Situation würde wesentlich komplexer, wenn beispielsweise weder die genaue Zahl der Kugeln noch deren Farben bekannt wären. Da die meisten Menschen ambiguitätsavers sind, sind sie auch bereit zu lernen.

Das Lernen kann sich dabei auf Erfahrungsgewinnung entweder über die physikalische Umwelt beziehen (z. B. das Wetter oder Güterausstattungen der Individuen) oder aber über das Verhalten der anderen. Man spricht in diesem Zusammenhang von *exogener Ungewissheit* oder etwas unscharf von exogener Unsicherheit, wenn die Rahmenbedingungen des Wirtschaftssystems ungewiss sind, und von *endogener Ungewissheit*, wenn die Verhaltensweisen der Individuen innerhalb des Systems sowohl unter feststehenden als auch sich wandelnden Rahmenbedingungen ungewiss sind. *Lernen* kann daher folgendermaßen charakterisiert werden: Lernen umfasst aktive oder passive Erfahrungs- bzw. Informationsgewinnung; Lernen verändert in aller Regel den Informationsstand und damit auch die Entscheidungen der Individuen; Lernen kann unter konstanten bzw. statischen oder unter sich verändernden bzw. dynamischen Rahmenbedingungen erfolgen; Lernen kann sich auf exogene oder endogene Umweltfaktoren beziehen.

In den Lehrbuchversionen der Walrasinischen Arrow–Debreu–Theorie ist jegliche Ungewissheit per Annahme von vornherein ausgeschlossen. Die Individuen verhalten sich rational, verfügen über vollkommene Markttransparenz, und auf sämtlichen Märkten herrscht vollkommene Konkurrenz auf Anbieter- und auf Nachfrageseite. Demnach bleibt im Rahmen dieser Theorie kein Raum für wie immer geartete Lernaktivitäten. Erst die Einführung von Informationsbeschränkungen in bezug auf die physikalische Umwelt oder das Verhalten der Marktteilnehmer ermöglicht die theoretische Analyse von Lernprozessen.

In der Walrasianischen Arrow–Debreu–Theorie kann mehr als ein allgemeines, alle Märkte simultan räumendes Konkurrenzgleichgewicht existieren. Da das Modell statisch ist und die Frage der Erreichung der Gleichgewichte systemimmanent nicht thematisiert wird — die Preisfindung wird bestenfalls einem exogenen Auktionator überantwortet — muss auch die Frage offen bleiben, welches der Gleichgewichte letztendlich erreicht wird. Werden die Preise durch die Marktakteure, also endogen und nicht durch einen Auktionator bestimmt, dann kommt den Erwartungen der Wirt-

schaftssubjekte über die Reaktionen der anderen eine besondere Bedeutung zu. Während in der Walrasianischen Modellwelt die Gleichgewichte unter bestimmten Bedingungen optimal oder effizient im Sinne von Pareto sind, ist die Antwort auf die Frage nach der statischen oder dynamischen Effizienz von Marktergebnissen unter Ungewissheit weitgehend offen. Damit die Lernprozesse wenigstens langfristig zu effizienten Marktlösungen führen, bedarf es starker Restriktionen bezüglich der Ungewissheiten seitens der Marktteilnehmer.

Im Anschluss an diese einleitenden Bemerkungen wird sich der Aufsatz mit den verschiedenen Dimensionen des Lernens in ökonomischen Systemen auseinander setzen. Hierzu gehört natürlich eine begriffliche Abgrenzung, wobei wir eine Anleihe aus der psychologischen Lerntheorie nehmen. Wir geben eine Einführung in die allgemeine Struktur ökonomischer Lernmodelle, die beiden Ebenen des individuellen und sozialen Lernens und darüber hinaus einen ersten Überblick über die Einsatzmöglichkeiten der später in Abschnitt 4 beschriebenen Lernmethoden. Darauf folgt in Abschnitt 3 eine kritische Würdigung des für die Wirtschaftstheorie grundlegenden Rationalitätspostulats, wobei zwei Bereiche wegen ihrer Bedeutung innerhalb der ökonomischen Disziplin ausführlicher betrachtet werden. Es handelt sich hierbei um die Hypothese *rationaler Erwartungen* und das *Nash-Konzept* der nicht-kooperativen Spieltheorie. Im Anschluss diskutieren wir einen Gegenentwurf zum Rationalitätspostulat: das Konzept *eingeschränkter Rationalität*. Dieses ist ein häufig gewählter Ausgangspunkt für die Integration von Lernprozessen in ökonomische Modelle. Wir stellen einige Ansatzpunkte für Lernen vor und geben einen Literaturüberblick über bereits diskutierte Lösungen. Dieses leitet zu Abschnitt 4 über, einer kurzen Diskussion der verschiedenen Lernmethoden, die in der ökonomischen Literatur zur Modellierung von Lernprozessen vorrangig Anwendung finden. Wir schließen mit einer kurzen Zusammenfassung.

2 Lernen in ökonomischen Systemen

Lerntheorien Greift man auf die Lerndefinition des behavioristischen Zweiges der psychologischen Lerntheorie zurück, umfasst Lernen die Gesamtheit der Verhaltensänderungen, die aus Erfahrungen resultieren (Lefrancois, 1994). Als Verhaltenstheorie basiert diese Interpretation des Phänomens Lernen auf der beobachtbaren Verbindung zwischen Reiz und Reaktion (*Stimulus-Response*). Das prominenteste Beispiel dieses sozio-determinierten Lernens ist der Pawlowsche Hund. Übertragen auf das ökonomische Entscheidungssystem eines Wirtschaftssubjektes repräsentieren die Reize externe Signale, also beispielsweise Preissignale vom Markt, gehandelte Mengen, Überschussangebote und -nachfragen, Ver-

haltensstrategien anderer Marktteilnehmer aber auch die unmittelbaren Konsequenzen der eigenen Handlungen. Die Reaktion des Individuums auf diese Informationen erfolgt dann durch eine Modifikation der ökonomischen Entscheidung mit dem Ziel einer besseren Anpassung an veränderte Rahmenbedingungen. Kurz gesagt: „...*Eine ökonomische Betrachtung von Lernprozessen beschäftigt sich mit den Wechselwirkungen, die zwischen dem Informationsstand und den darauf basierenden Entscheidungen von Wirtschaftssubjekten bestehen.*“ (Heinemann, 2001, S. 2)

Im Rahmen der behavioristischen Lerntheorie wird allerdings nicht der Aspekt der Signalverarbeitung diskutiert, das heißt die Frage, welche kognitiven Prozesse der Reaktion selbst zugrunde liegen. Die inneren Prozesse finden nach dieser Auffassung in einer *black box* statt. In dieser Hinsicht kann sie das grundsätzlich bestehende Dilemma der Herkunft und Fundierung eines ökonomischen Zielsystems nicht lösen, sondern lediglich adaptive Veränderungen eines bestehenden Systems beschreiben.

Der Gegenentwurf zu der hauptsächlich auf Konditionierung aufbauenden behavioristischen Lernauffassung ist die biologisch–determinierte kognitivistische Lerntheorie, bei der die lernende Binnenstruktur eines Agenten im Vordergrund steht. Von den in Abschnitt 4 beschriebenen Methoden kommt das Lernen über neuronale Netze der ersten Auffassung des Lernens recht nahe. Andere, wie beispielsweise *classifier*-Systeme aber auch bayesianisches Lernen und bestimmte Lernansätze aus der Spieltheorie, gehen insofern über die behavioristische Definition hinaus, als sie explizit versuchen, auch den internen Entscheidungsprozess abzubilden. Slembeck (1998) schlägt für Lernen in ökonomischen Modellen *kontingentes Lernen* als alternativen Ansatz vor, in dem die Verwendung behavioristischer oder kognitivistischer Lernmethoden an die jeweilige Lernsituation selbst geknüpft ist.

Die Frage, ob Lernen ein extern motivierter oder intern gesteuerter Prozess ist, erfasst jedoch nur einen Teil des Phänomens. Nach Kimble (1973, S. 116) beinhaltet Lernen mehr: „*Learning is a relatively permanent change in a behavioral potentiality that occurs as a result of reinforced practice.*“ Kimble betont hierin einerseits das Merkmal der Dauerhaftigkeit und andererseits den Aspekt der Änderung des Verhaltenspotenzials und nicht einzelner situativer Verhaltensweisen. Zudem geht es ähnlich wie oben um eine *Änderung*, was nicht zwangsläufig mit einer *Verbesserung* gleichzusetzen ist. Der von ihm angesprochene (selbst-) verstärkende Effekt deckt sich mit Ergebnissen aus ökonomischen Experimenten. Das als *reinforcement learning* (Roth und Er’ev, 1995) bezeichnete Phänomen besagt, dass Wirtschaftssubjekte dazu tendieren, diejenigen Strategien anzuwenden und weiterzuentwickeln, die sich in der Vergangenheit als erfolgreich herausgestellt haben.

Lernmodell, Lernumgebung und Lernerfolg Was macht ein Lernmodell aus? In einem Lernmodell werden die Lernregeln und die Lernumgebung der beteiligten Akteure festgelegt sowie ihre Aktionen und Interaktionen während einer mehrmaligen Wiederholung der Lernsituation untersucht, um daraus Schlüsse über das Lernverhalten und mögliche Lernergebnisse abzuleiten.

Die Lernumgebung oder auch Lernsituation ist nach Slembeck (1998, 1999) durch die Gesamtheit der Lerndeterminanten charakterisiert, zu denen er (a) die Komplexität der Umwelt und der Lernaufgabe, (b) den Grad der Abhängigkeit zwischen den Beteiligten, (c) die verfügbaren Informationen, (d) die strukturelle und strategische Unsicherheit sowie (e) die Qualität, die Quantität und den Inhalt des Feedback zählt. Der Aspekt der Wiederholung verdeutlicht, dass es sich bei Lernen um einen *adaptiven Prozess* handelt, die Ziele also nicht in einem Sprung, sondern in vielen kleinen Schritten erreicht werden.¹

Der Lernerfolg wird zumeist daran gemessen, ob *ceteris paribus* im Zuge des Lernprozesses ökonomisches Verhalten gelernt wird, das einem aus der analytischen Wirtschaftstheorie bekannten Referenzverhalten entspricht. Der Lernprozess konvergiert. Die entscheidungsrelevanten Charakteristiken der Umwelt werden im Zeitablauf erfolgreich erschlossen und in entsprechenden Handlungsentscheidungen umgesetzt. Dabei entspricht Konvergenz in deterministischen Szenarien in der Regel der Erreichung eines Fixpunktes, in stochastischen Umwelten hingegen dem Erreichen einer Grenzverteilung oder der Konvergenz in Wahrscheinlichkeit.

In diesem Zusammenhang hat sich beispielsweise das Cobweb-Modell zu *dem* klassischen Testmodell entwickelt, die Konvergenz alternativer Lernhypothesen zu überprüfen. Der Referenzfall rationaler Erwartungen geht auf Muth (1961) zurück. Bray und Savin (1986) erweitern das Cobweb-Modell um Kleinst-Quadrate-Lernen, Jun und Vives (1996) um bayesianisches Lernen, Evans und Honkapohja (2001) um adaptive Lernalgorithmen, während Arifovic (1994) Lernen mittels genetischer Algorithmen (GA) sowie Heinemann (2000a) den Lernprozess im Rahmen eines neuronalen Netzes implementieren.

Allerdings muß, wie oben bereits erwähnt, ein Lernprozess nicht zwangsläufig zum Erfolg führen. Am Ende eines Lernvorgangs muss nicht das *bestmögliche* Ergebnis stehen.² Zudem weist Salmon (1995) darauf hin, dass Lernergebnisse sensitiv von der gewählten Lernregel abhängen können. Darüber hinaus kann die Effektivität des Lernens gegebenenfalls

¹Lucas (1986) sowie Holland und Miller (1991) beschäftigen sich mit adaptivem Verhalten in der ökonomischen Theorie, allerdings aus unterschiedlichen Perspektiven.

²Man gelangt nicht zwangsläufig auf den Gipfel des Mount Everest, wenn man beschließt nur bergauf zu gehen. Die Reise könnte auf dem Brocken enden.

vom Wirtschaftssubjekt selbst beeinflusst werden. Außerdem kann das Ergebnis des Lernprozesses *pfadabhängig* sein, das heißt, es wird durch die Ausgangsposition bestimmt (Arthur et al., 1993; Arthur, 1995). Insofern sind sowohl der qualitative Verlauf eines Lernprozesses als auch die transitorische Dynamik, das heißt die zugehörige Konvergenzgeschwindigkeit und -zeit von Interesse (Benveniste et al., 1990; Marcet und Sargent, 1995; Riechmann, 2001b).

Individuelles und Soziales Lernen Als mögliche Ansatzpunkte zur Modellierung von Lernen in ökonomischen Modellen werden in der Literatur die individuelle und die gesellschaftliche Ebene unterschieden. In der Definition von Ellison und Fudenberg (1993) sowie Gale (1996) und Vriend (2000) bezeichnet individuelles Lernen einen Lernprozess, bei dem das Wirtschaftssubjekt ausschließlich auf Basis der eigenen Erfahrungen lernt. Im Gegensatz dazu wird bei sozialem Lernen auch auf die Erfahrungen anderer Akteure rekurriert. Eine essenzielle Voraussetzung hierfür ist allerdings ein gewisses Maß an *Heterogenität* (Riechmann, 2001b, S. 3), weil es ohne diese keinen Lernfortschritt geben kann. Der Lernprozess erhält eine interaktive Komponente und zeichnet sich durch zwei dynamische Elemente aus: Zum einen gibt es einen individuellen Lernfortschritt, in dem Sinne, dass sich die Wahrnehmung der Umwelt verändert. Zum anderen verändert sich aber auch die Lernumwelt selbst. Im Allgemeinen werden die individuelle Lerndynamik und die ihr zugrunde liegenden Kräfte miteinander interagieren.

Ein einfaches Cournot-Spiel mag diese Situation illustrieren. Jeder Anbieter eines homogenen Gutes wählt seine individuelle Angebotsmenge für gegebene Strategien der anderen. Die Höhe des Marktpreises richtet sich dann einerseits nach der Marktnachfrage, andererseits aber auch danach, wie viel alle Anbieter zusammen produziert haben. Gehen wir davon aus, dass der einzelne Anbieter nicht weiß, welches seine optimale Mengenstrategie ist. Der individuelle Lernprozess besteht dann darin, für jede Runde des Spiels eine neue Strategie zu entwickeln, wobei ihm der Marktpreis der letzten Runde und die Strategien der anderen Anbieter als Informationen zur Verfügung stehen. Nach Gale (1996) liegen reine Informationsexternalitäten vor, wenn das beobachtete Verhalten anderer Agenten in dem Maße eine Rolle für die Entscheidung spielt, wie es auszahlungsrelevante Informationen enthält. In dem hier skizzierten Spiel spielt jeder gegen jeden, was auch als *playing the field* bezeichnet wird. Im Fall des sozialen Lernens ist nun jeder einzelne Anbieter Bestandteil der Lernumgebung der jeweils anderen Anbieter, was Rückwirkungen auf die Entwicklung des Marktes als Ganzes hat.

Im Hinblick auf die Methoden zählen bayesianisches Lernen, *eductive learning* (Binmore, 1987, 1988) und *classifier*-Systeme im Allgemeinen zum Bereich des individuellen Lernens. Lernen mittels genetischer Algorithmen, die Replikator-Dynamik innerhalb der evolutionären Spieltheorie oder Lernen mit Hilfe neuronaler Netze werden dementsprechend eher den Methoden sozialen Lernens zugerechnet (Slembeck, 1999), obwohl beispielsweise entsprechend gestaltete genetische Algorithmen auch individuelle Lernvorgänge abbilden können. Vriend (2000) diskutiert anhand von GA-Lernen im Oligopol den so genannten *spite effect*, der besagt, dass individuelle und soziale Lernprozesse selbst dann zu gravierend unterschiedlichen Ergebnissen führen können, wenn sie mit derselben Methode implementiert werden.

Disaggregierte oder aggregierte Betrachtung Es gibt zwei Möglichkeiten, die ökonomieweiten Konsequenzen von Lernprozessen zu beurteilen. Der erste Weg besteht darin, das aggregierte Ergebnis als Summe der individuellen Lernerfolge aufzufassen, was eine detaillierte Formulierung der einzelwirtschaftlichen Lernprozesse und entsprechende Aggregationsregeln voraussetzt. Die oben diskutierten Ansätze individuellen und sozialen Lernens gehören zu dieser Gruppe. Allerdings haben diese Modelle die Tendenz, besonders bei einer großen Zahl von Akteuren mathematisch sehr schnell sehr komplex zu werden.

Aus diesem Grund gibt es eine Reihe von Arbeiten im Bereich der Synergetik, in denen Annahmen nicht über das individuelle Verhalten, sondern gleich über das Verhalten ganzer Populationen getroffen werden. Die Grundhypothese ist, dass ein auf individueller Ebene unspezifischer Prozess die Population als Ganzes dazu veranlasst, ihr Verhalten zu ändern.

3 Rationalverhalten als Grundlage ökonomischer Entscheidungen: Bedeutung und Kritik

Individuelle Rationalität und ökonomisches Gleichgewicht Den Kern der ökonomischen Theorie bildet der Versuch, Handlungen und Aktivitäten von Wirtschaftssubjekten zu erklären, die auf die Produktion, den Tausch und den Konsum von Gütern gerichtet sind. Dabei dominieren in der Theorie Modelle, in denen die Wirtschaftssubjekte über alle relevanten Charakteristika und Kausalbeziehungen ihrer (statischen) Umwelt vollständig informiert sind. In der Regel umfasst dabei das individuelle Entscheidungssystem klar umrissene Handlungsalternativen, deren Konsequenzen vor dem Hintergrund eines Zielgefüges bewertet werden. Zentraler Baustein ist dabei das Postulat *individueller Rationalität*, wonach rationales Verhalten

sich dadurch auszeichnet, dass ein Akteur aus mehreren Handlungsalternativen diejenige auswählt, die den größten Grad der Zielerreichung mit sich bringt.

Die Koordination einzelwirtschaftlicher Aktivitäten erfolgt — sofern nicht sogar aufgrund der Homogenitätsvermutung ein repräsentatives Wirtschaftssubjekt unterstellt wird — auf annahmegemäß vollkommenen Märkten durch die *unsichtbare Hand*. Die atomistische Marktstruktur eines vollkommenen Marktes bedingt dabei zugleich, dass strategische Interdependenzen zwischen Marktteilnehmern von dem Einzelnen bei seiner Entscheidungsfindung nicht berücksichtigt werden müssen.

Dabei wird in der Regel weder die Herkunft des individuellen Zielsystems, beispielsweise der Präferenzen hinterfragt, noch die Entstehung eines Marktes als koordinierende Institution thematisiert. Vielmehr gehören beide Bereiche zu den äußeren Rahmenbedingungen, unter denen ökonomische Aktivitäten geplant und durchgeführt werden, und die wie auch andere Faktoren als exogen gegeben vorausgesetzt werden.

Das Rationalitätsprinzip bleibt in der Regel auch erhalten, wenn die Entscheidungsprobleme um den Aspekt der Unsicherheit, das heißt um stochastische Elemente erweitert werden. An die Stelle der sicheren Konsequenz einer Handlungsalternative tritt dann die erwartete Konsequenz. Allerdings erstreckt sich diese exogene Unsicherheit nicht auf die Gesamtheit der möglichen Ergebnisse von Handlungen, sondern bezieht sich nur auf die Zufälligkeit der Konsequenz. In diesem Zusammenhang postuliert beispielsweise die so genannte *Erwartungsnutzentheorie* nach v. Neumann und Morgenstern, bei der es sich um die prominenteste Verhaltenshypothese für Entscheidungen bei Unsicherheit handelt, dass zumindest subjektive Vorstellungen über die den Konsequenzen zugehörigen Wahrscheinlichkeiten vorhanden sind, wobei auch hier die Herkunft der a priori Wahrscheinlichkeiten nicht weiter motiviert wird. Sie können sowohl das Resultat einer empirischen Marktforschungsstudie sein, als auch aus Introspektion hervorgehen. Im Hinblick auf die Rationalität der getroffenen Entscheidung liegt auch hier eine Spielart vollständiger Information vor. Unkenntnis im Sinne echter Ungewissheit bezüglich der Rahmenbedingungen, also des Alternativenraumes, der möglicherweise resultierenden Konsequenzen oder der zugehörigen Wahrscheinlichkeiten, ist in diesem Zweig der Theorie nicht angelegt.

Die Vorteile dieser Annahmen über das Verhalten ökonomischer Akteure liegen darin, dass sie in der Regel die Aggregation individueller Handlungen erlauben und mit ihnen klare Aussagen über Existenz, Eindeutigkeit, Stabilität und Optimalität von Gleichgewichten auf Märkten getroffen

werden können.³ Dem Gleichgewichtskonzept kommt dabei die besondere Rolle eines *idealtypischen Ruhepunktes* des Systems zu, in dem keine einzelwirtschaftlichen Planrevisionen mehr erforderlich sind und die Pläne eine sowohl individuelle als auch gesellschaftlich optimale Entscheidung begründen. Abweichungen im Sinne einer ex post Verfehlung ex ante formulierter Ziele kommen auf einem perfekten Markt nicht vor.

Ein weiterer Vorteil der Gleichgewichtsanalyse liegt darin, dass innerhalb komparativ-statischer Betrachtungen Ergebnisse über die Änderung des Gleichgewichts bei Variation der entsprechenden Modellparameter abgeleitet werden können. Dabei wird jedoch vernachlässigt, dass es sich bei einem ökonomischen System eigentlich um ein intrinsisch dynamisches Phänomen handelt. Schließlich werden im Rahmen der Stabilitätsanalyse implizit Aussagen über das Systemverhalten abseits des Gleichgewichts getroffen. Unbeirrt wird aber auch dabei an dem Postulat individueller Rationalität festgehalten, obwohl in der Realität vieles dafür spricht, dass Wirtschaftssubjekten sich in Ungleichgewichtssituationen nicht rational verhalten und beispielsweise anhand von Daumenregeln entscheiden (cf. Ellison und Fudenberg, 1993; Valentinyi, 1995; Samuelson, 1997, S. 2).

In einer vollkommenen Welt kann es definitionsgemäß keinen Raum für Lernen geben. Die Notwendigkeit zu Lernen ergibt sich geradezu aus der Situation heraus, dass persönliche oder auch gesellschaftliche Ziele nicht erreicht wurden. Die Ursachen für derartige Zielverfehlungen können dann beispielsweise in unvollständigen Informationen über den Zustand der Welt oder in strategischen Interdependenzen, Koordinations- und Abstimmungsproblemen auf Märkten gesucht werden (Guesnerie, 2001). In den Worten von Kirman und Salmon (1995, S. 1): *„If agents need to learn then they must be faced with one of two situations: either they are to some extent ignorant of their environment or the environment is changing and they must modify their beliefs appropriately.“*

In diesem Zusammenhang sollte jedoch nicht nur ein zeitlich rückwärts gerichteter Abgleich zwischen geplanten und realisierten ökonomischen Größen im Mittelpunkt stehen. Von Interesse sind vielmehr die Konsequenzen, die aus einem unzureichenden Zielerreichungsgrad für das zukünftige Verhalten auf Märkten gezogen werden. Neben exogener Unsicherheit entsteht zusätzlich endogene Unsicherheit dadurch, dass die Konsequenzen der eigenen Handlungen auch von den Aktivitäten anderer Wirtschaftssubjekte abhängen. In dieser Hinsicht ist es für den Einzelnen erforderlich, Erwartungen über zukünftige Verhaltensweisen anderer Marktteilnehmer

³Ein weiterer, wenn auch selten offen ausgesprochener Vorteil dieses Annahmensystems liegt darin, dass es aus rein mathematisch-technischer Perspektive zumeist die Grenze der analytischen Möglichkeiten repräsentiert. Schon in vergleichsweise einfachen Fällen von Heterogenitäten oder asymmetrischer Information ist häufig die deduktive Ableitung von Aussagen nicht möglich.

zu bilden sowie Prognosen über Mengen und Preise aufzustellen. Im Rahmen der makroökonomischen Theorie vollzog sich dabei eine Entwicklung von Hypothesen statischer über adaptiver bis hin zu rationaler Erwartungsbildung, wohingegen sich das Interesse der Spieltheorie basierend auf der Annahme des *common knowledge* auf die Eigenschaften von Nash-Strategien und Nash-Gleichgewichte richtete.

Statische Erwartungen stellen den ältesten Entwurf dar, Erwartungsbildung in die makroökonomische Modellwelt zu integrieren. In ihrer naiven Form zeichnen sie sich dadurch aus, dass Vergangenheitswerte ökonomischer Größen unmodifiziert über die Zeit fortgeschrieben werden. Aus diesem Grund ist bei statischer Erwartungsbildung keine Anpassung an veränderte Rahmenbedingungen möglich.

Eine konzeptionelle Weiterentwicklung ist die erstmalig von Irving Fisher angeregte *adaptive Erwartungsbildung*, die später von Cagan (1956) und Friedman (1957) in formale Modelle integriert wurde. Bei dieser Erwartungsbildungshypothese sind die in der Vergangenheit begangenen Erwartungsfehler Bestandteil der Erwartungsbildungsregel für zukünftige Größen. Der Vorteil dieser Hypothese besteht darin, dass unter geeigneten Bedingungen der adaptive Prozess gegen die *richtige* Erwartungsbildung konvergiert. Von Nachteil ist hingegen, dass adaptive Erwartungen schlechte Prognosen liefern, wenn diese Bedingungen nicht erfüllt sind. Darüber hinaus beeinflussen unsystematische Zufallseinflüsse die Erwartungsbildung.

Eine bessere Erwartungsbildungsmethode würde sich dadurch auszeichnen, dass die Erwartungsbildungsregel sich nicht an der ex post Differenz zwischen realisierter und erwarteter Größe orientiert, sondern unmittelbar an dem stochastischen Prozess, der das System regiert. Auf diesen Überlegungen baut die auf Muth (1961) zurückgehende Hypothese *rationaler Erwartungen* auf, die sich beginnend mit den Beiträgen von Lucas (1972) und Sargent (1973) in den vergangenen drei Jahrzehnten insbesondere im Bereich der makroökonomischen Literatur zum Standardpostulat entwickelt hat. Wegen ihrer bedeutenden Rolle für die ökonomische Modellbildung, und weil ihr Annahmensystem gerade in jüngerer Zeit vielfältiger Kritik unterliegt, soll sie im folgenden Abschnitt etwas ausführlicher dargestellt und hinterfragt werden.

Die Hypothese rationaler Erwartungen: Gültige Referenz oder überholtes Konzept? Die Hypothese rationaler Erwartungen bildet die Erweiterung des Konzepts der vollkommenen Voraussicht unter Sicherheit auf Szenarien, in denen ökonomische Aktivitäten permanent Zufallseinflüssen unterliegen. In ihrem Rahmen sind Vorhersagen — beispielsweise über zukünftige Preise — Zufallsgrößen, deren subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilungen von den Agenten auf der Grundlage von Modellen über die Struktur der

Ökonomie abgeleitet werden. Diese Modelle repräsentieren eine mathematische Beschreibung und Zusammenfassung all jener Faktoren, die nach der subjektiven Einschätzung der Wirtschaftssubjekte relevant für die zukünftige Entwicklung der Ökonomie sind.

Rationale Erwartungen stellen dementsprechend die bedingte mathematische Erwartung über zukünftige Größen dar, die zum einen auf dem akkuraten Modell über die ökonomischen Zusammenhänge und zum anderen auf den Informationen über die gegenwärtigen ökonomischen Variablen beruht. Sind die Agenten vollständig über diese Strukturen der Ökonomie informiert, werden sie auf der Grundlage rationaler Erwartungen keine systematischen Erwartungsfehler (Prognosefehler) mehr begehen. Die Preise reflektieren vollständig die verfügbaren Informationen und eliminieren damit jede Möglichkeit, auf systematische Weise Extraprofite zu realisieren, so dass die Märkte effizient sind. Ein rationales Erwartungsgleichgewicht setzt nicht nur individuelles Rationalverhalten voraus, sondern bedingt auch, dass die individuellen Erwartungen konsistent sind. Die individuelle Wahl eines Agenten stellt die beste Antwort auf die Entscheidungen anderer dar, womit eine Verbindung zum Konzept der Nash-Strategie aus der Spieltheorie gezogen wird.

Einschränkend muß jedoch angemerkt werden, dass gerade die geforderte Vollständigkeit der Informationen über die Struktur der Ökonomie, die Verteilung der Schocks sowie über die Höhe der relevanten Koeffizienten und Parameter zum Anlass für Kritik an diesem Konzept genommen wird. Azariadis (1993, S. 355) bemerkt hierzu treffend: *„Perfect forecasting ability is exceedingly rare among mortal men (both Pythia of Delphi and the Sibyl of Cumae, who reputedly used to possess this talent, were women) for it amounts literally to public knowledge of the true dynamical laws that govern the evolution of the economy.“*

Auf den Punkt gebracht, verfügen die Agenten in Modellen rationaler Erwartungsbildung in der Regel über einen größeren Informationsbestand, der ihnen als Basis ihrer ökonomischen Entscheidungen dient, als der Ökonom selbst, der diese Modelle entwickelt (Sargent, 1993, S. 3). Der empirisch arbeitende Ökonom muss erst die relevanten Parameter ökonometrisch schätzen, bzw. andere Methoden benutzen, um etwas über den Zustand des ökonomischen Systems zu lernen. Folgerichtig würde ein Ansatz, der genau dieses auch den Akteuren des Modells abverlangt, eine geeignetere Darstellung der realen Welt sein. Die Wirtschaftssubjekte unterliegen Beschränkungen ihrer Rationalität, ein Umstand, der unter dem Begriff *bounded rationality* (Simon, 1957, 1994; Selten, 1990; Sargent, 1993, Kap. 2) in die ökonomische Literatur eingeführt wurde und an späterer Stelle ausführlicher diskutiert wird. Eingeschränkte Rationalität repräsentiert dann den Ausgangspunkt für Lernprozesse im Sinne des Wissenserwerbs,

der Informationsverarbeitung sowie der Entwicklung und des Ausprobierens neuer Handlungsalternativen.

Die sicherlich begründete Kritik an der Hypothese rationaler Erwartungen sollte jedoch nicht als Rechtfertigung dazu missbraucht werden, dieses Konzept als realitätsferne und damit sowohl aus theoretischer als auch aus empirischer Perspektive nicht haltbare Fiktion abzutun. Einen breiten Raum in der modernen makroökonomischen Literatur nimmt vielmehr die Analyse der Frage ein, ob rationale Erwartungen erlernbar sind und damit als (zumindest asymptotisches) Resultat eines Lernprozesses aufgefasst werden können (Bray und Savin, 1986; Sargent, 1993; Evans und Honkapohja, 1999, 2001; Heinemann, 2000b, 2001). Lernprozesse können insofern Ausgangspunkt zur Plausibilisierung und Fundierung der Hypothese rationaler Erwartungen sein, die selbst nicht begründet, wie Wirtschaftssubjekte zu ihren Erwartungen gelangen.

Darüber hinaus ermöglichen sie unter Umständen den Weg heraus aus einem Dilemma, das in vielen rationalen Erwartungsmodellen aber auch in der Spieltheorie präsent ist. Es handelt sich hierbei um das Phänomen multipler Gleichgewichte. Lernprozesse könnten dabei helfen, zwischen rationalen Erwartungsgleichgewichten in dem Sinne zu diskriminieren, dass bestimmte Gleichgewichte erlernbar sind, andere hingegen nicht. Von Bedeutung ist in diesem Zusammenhang das Konzept der *Erwartungsstabilität* (cf. Lucas, 1978; Evans und Honkapohja, 1995), welches als Selektionskriterium im Hinblick auf die Lernbarkeit von Gleichgewichten angewendet werden kann. Der Erfolg eines Lernprozesses wird daran gemessen, ob die Informationsaufnahme und -verarbeitung tatsächlich die adaptiven Verhaltensänderungen bewirkt, die das ökonomische System schließlich in ein Gleichgewicht führen. Die für optimales Verhalten relevanten Charakteristika der Umwelt werden gelernt.

Zur Modellierung von Lernprozessen kommen dabei eine ganze Reihe von Methoden zur Anwendung, auf die an späterer Stelle noch detaillierter eingegangen werden soll. Hierzu gehören zunächst bayesianische Lernmodelle wie Turnovsky (1969), Townsend (1978, 1983), Palfrey (1992), Vives (1995, 1996) oder Jun und Vives (1996) sie verwenden. Daneben gibt es Lernmodelle die statistische Methoden benutzen, wie in Bray (1985) oder das Kleinst-Quadrate-Lernen von Bray und Savin (1986) sowie Evans und Honkapohja (2001). *Last but not least* wurde von Heinemann und Lange (1997), Heinemann (2000a) und Packalén (1998) Lernen von rationalen Erwartungsgleichgewichten mittels neuronaler Netze oder von Arifovic (1994) und Lawrenz (1999) mittels genetischer Algorithmen formuliert.

Nash-Strategien und 'common knowledge' Die Voraussetzungen für Gleichgewichte bei Rationalverhalten finden sich im Bereich der nicht-koopera-

tiven Spieltheorie in dem Konzept des *common knowledge* wieder. Hierunter wird eine Umwelt verstanden, in der alle Spieler über die Struktur des Entscheidungsproblems vollständig informiert sind. Genau genommen handelt es sich also um eine Situation, in der die Regeln des Spiels, die Rationalität der Spieler und die aus den jeweiligen Strategien resultierenden Auszahlungen allen bekannt sind. Der traditionellen Argumentation folgend, kann jeder Spieler die Gleichgewichtslösung durch Introspektion ermitteln (Fudenberg und Levine, 1998b, S. 1). Endlich viele Spielwiederholungen führen nicht zu einem Abweichen von der ursprünglich gewählten optimalen Strategie.

Dieses lässt sich leicht anhand einer klassischen Gefangenendilemma-Situation, dem Öffentlich-Gut-Spiel veranschaulichen. Jeder Spieler weiß, dass für ihn selbst Trittbrettfahren bei der freiwilligen Bereitstellung eines öffentlichen Gutes die beste Strategie ist. Gleichzeitig ist ihm jedoch auch bewusst, dass dieses Verhalten für jeden einzelnen der beteiligten Spieler die beste Strategie darstellt. Weil aber alle über diese Information verfügen und dieses auch voneinander wissen, kann jeder einzelne für sich seine beste Antwort auf bestehende Strategien der anderen finden, kurzum seine Nash-Strategie und das zugehörige Nash-Gleichgewicht wechselseitig bester Antworten bestimmen. In dem Beispiel wird bei einer hinreichend großen Zahl von Spielern auf diese Weise kein freiwilliges Angebot des öffentlichen Gutes zustandekommen.

Nash-Strategien werden für gegebenes Verhalten anderer Spieler formuliert. Werden jedoch subjektive Überzeugungen, das heißt so genannte *beliefs* über die Reaktionen anderer Spieler auf die eigene Strategie innerhalb der eigenen Planung berücksichtigt, resultiert daraus ein Verhalten, welches beispielsweise in dem Öffentlich-Gut-Spiel die Tendenz zum Trittbrettfahrerverhalten sogar noch verstärkt (Sugden, 1985).

Allerdings öffnet sich an dieser Stelle das Tor weit für einen infiniten Regress bei der Strategiebildung, da wie bereits Keynes (1936) in seiner Metapher vom Schönheitswettbewerb feststellte, Prognosen über Prognosen von Prognosen zu formulieren sind. In dieser Situation ist keineswegs sichergestellt, dass das individuelle Verhalten der Spieler auf aggregierter Ebene in einem Gleichgewicht mündet. Die Spieler sind auf so genannte *rationalisierbare* Strategien angewiesen, die aber nicht notwendigerweise konsistent im Sinne eines Gleichgewichts sein müssen. Das Konzept des Nash-Gleichgewichts setzt insofern mehr als Rationalverhalten allein voraus.

Die Annahme des *common knowledge* bei der Formulierung von Strategien in Spielen bringt sowohl konzeptionelle als auch empirische Probleme mit sich. Von empirischer Seite gibt es eine Vielzahl von Labor-Experimenten zur Überprüfung der Nash-Hypothese in Spielen (Kagel

und Roth, 1995). So zeigen beispielsweise Experimente zum Öffentlich-Gut-Spiel bei einmaliger Durchführung eine sehr schwache bis überhaupt keine Tendenz zum Trittbrettfahrerverhalten. Diese tritt erst deutlicher zu Tage, wenn die Spiele wiederholt wurden (Isaac et al., 1984, 1985). Aus den Ergebnissen lässt sich also nicht auf eine erfolgreiche Introspektion schließen. Sie sind vielmehr ein starkes Indiz dafür, dass optimales Verhalten im Zeitablauf erst erlernt wird.

Darüber hinaus besteht in der Spieltheorie noch stärker als in rationalen Erwartungsmodellen das Problem multipler Gleichgewichte und damit der Gleichgewichtsselektion (Marimon, 1993; Marimon und McGrattan, 1995). Dieses hat zu diversen Verfeinerungen des Gleichgewichtsbegriffs, den so genannten *Nash-refinements* und dem Konzept *rationalisierbarer* Strategien geführt.⁴ In engem Zusammenhang dazu steht eine wahrhaft explosionsartige Entwicklung von adaptiven Lernansätzen innerhalb der Spieltheorie (cf. Marimon und McGrattan, 1995), deren prominentester Vertreter vielleicht die *Evolutionäre Spieltheorie* ist. Eine Einführung und einen Überblick über den Stand der Forschung geben Friedman (1991, 1998a,b), Binmore (1992), Weibull (1995), Vega-Redondo (1996), Samuelson (1997), Fudenberg und Levine (1998a,b) sowie Hofbauer und Sigmund (1998).

Die evolutionäre Spieltheorie basiert zentral auf der Wiederholung von Spielen und verzichtet dabei im Gegensatz zu anderen Vertretern der *Nash-refinements* weitgehend auf Rationalitätspostulate. Vielmehr legt sie eingeschränkt rationales Verhalten der Spieler zugrunde. Ebenso wie im Bereich rationaler Erwartungen können hier Lernmodelle eine Fundierung für die Gleichgewichtstheorie liefern, wobei dem *ESS-Konzept*, das heißt der *evolutionary stable strategy* eine zentrale Rolle zukommt (Maynard Smith, 1982).

Die Zahl der Lernkonzepte innerhalb der Spieltheorie ist groß. Hierzu gehören unter anderem das auf Erwartungen aufbauende *fictitious play*, die durch Imitation getriebene *Replikator-Dynamik*, das auf Introspektion beruhende *eductive learning* (Binmore, 1987, 1988), oder komplexere Ansätze wie bayesianisches Lernen im Rahmen des *sophisticated learning* (Milgrom und Roberts, 1991). Beginnend mit der Arbeit von Axelrod (1987) wird Lernen in Spielen auch mittels genetischer bzw. evolutionärer Algorithmen abgebildet, wie beispielsweise in Clemens und Riechmann (2001) sowie Riechmann (2001a).

Das Konzept eingeschränkter Rationalität Der Begriff *bounded rationality* wurde wie bereits oben erwähnt 1957 von Simon eingeführt. Eine breite Diskussion um eine Abkehr vom eingangs diskutierten Rationalitätskonzept findet aber erst seit etwas mehr als einer Dekade statt. Einen Überblick

⁴Eine ausführliche Diskussion bieten Samuelson (1997) sowie Fudenberg und Levine (1998b).

über eine Reihe von Arbeiten gibt Conlisk (1996). Mittlerweile gibt es Vielzahl von Beiträgen aus den verschiedensten Bereichen ökonomischer Forschung, die sich zwar dieses Begriffs bedienen, ihn inhaltlich jedoch unterschiedlich ausfüllen (cf. Selten, 1990, 1998, 2001; Arthur, 1991; Binmore, 1992; Sargent, 1993; Tisdell, 1996; Magnusson und Ottosson, 1997). Das Problem ist, dass es eine einheitliche, allgemein akzeptierte Definition dessen, was unter eingeschränkter Rationalität zu verstehen ist, bislang noch nicht gibt.

Selten (2001) beispielsweise vertritt die Ansicht, dass eingeschränkte Rationalität nicht im Sinne einer *Optimierung unter Beschränkungen* interpretiert werden darf, weil Wirtschaftssubjekte in der Regel nicht mit einer wohldefinierten Zielfunktion ausgestattet sind. Der Argumentation folgend, dürften einige der von Sargent (1993) diskutierten Lernansätze wie zum Beispiel das Kleinst-Quadrat-Lernen diesem Bereich nicht zugeordnet werden, weil selbst diese Aufgabe noch zu komplex ist, als dass sie von einem eingeschränkt rationalen Wirtschaftssubjekt gelöst werden könnte. Dieser Auffassung könnte entgegengesetzt werden, dass die Agenten der Modelle ebenso wie der reale Ökonometriker einen Computer als Hilfsmittel ihrer Berechnungen nutzen können, was Sargents Auffassung des Begriffs nicht widerspricht.⁵

Den kleinsten gemeinsamen Nenner bildet in der Literatur die These, dass Wirtschaftssubjekte angesichts der Komplexität ihrer Entscheidungssituation nicht über die kognitiven Fähigkeiten verfügen, die ihnen üblicherweise auferlegten ökonomischen Optimierungsprobleme zu lösen. Sie sind gerade nicht mit dem Wissensstand und der Kapazität zur Informationsaufnahme bzw. -verarbeitung ausgestattet, die ihnen mit dem Rationalitätspostulat unterstellt wird. Stattdessen entscheiden Wirtschaftssubjekte mit Hilfe von Versuch und Irrtum. Ihr Verhalten wird durch Daumenregeln, Heuristiken, soziale Normen, Konventionen, Analogien zu anderen Entscheidungssituationen, Experimente oder vielleicht aufwändigeren Systemen bestimmt, Reize in Reaktionen zu übersetzen. Dabei sind nach der Ansicht von Gigerenzer und Selten (2001) Modelle der eingeschränkten Rationalität typischerweise durch drei Merkmale gekennzeichnet: (i) einfache Suchregeln, (ii) einfache Stoppregeln und (iii) einfache Entscheidungsregeln.

Wichtig ist, eingeschränkte Rationalität nicht mit *Irrationalität* zu wechseln. Beschränkt rationale Wirtschaftssubjekte verhalten sich innerhalb der Grenzen ihrer Möglichkeiten rational. Die Einschränkungen können zum einen aus persönlichen Merkmalen resultieren. Hierzu zählen

⁵Unterschiedliche Meinungen gibt es auch im Hinblick auf die deutsche Übersetzung des Begriffs. Selten (2000) zieht die Formulierung *eingeschränkte* Rationalität gegenüber *beschränkter* Rationalität vor.

Wahrnehmungsbeschränkungen in dem Sinne, dass Informationen nicht oder nur zeitverzögert berücksichtigt werden. Weiterhin gehören dazu kognitive und intellektuelle Restriktionen, also sowohl ein mangelnder Kenntnisstand als auch unzureichende Möglichkeiten, das Wissen adäquat umzusetzen. Zum anderen kann eingeschränkte Rationalität auf externe Faktoren zurückzuführen sein. Hierzu gehört beispielsweise, dass nicht jeder Zugriff auf die gleichen Informationen hat oder sie zu unterschiedlichen Kosten erworben werden (Burguet und Vives, 2000).

Der Begriff des Optimalverhaltens wird insofern durch eine objektive und eine subjektive Dimension gekennzeichnet. Die oben genannten Faktoren können zusammengenommen darin resultieren, dass die Wirtschaftssubjekte Handlungsalternativen ergreifen, die zwar nicht objektiv sondern vor dem Hintergrund ihrer Möglichkeiten subjektiv optimal sind. Sie streben ein Anspruchsniveau, den so genannten *aspiration level* an, weswegen dieses Verhalten von Simon (1994, 1997) auch als *satisficing* bezeichnet wird. Allerdings betonen Gigerenzer und Selten (2001) in ihrem Beispiel vom ballspielenden Roboter ausdrücklich, dass eingeschränkte Rationalität nicht als Makel aufzufassen ist, der automatisch Benachteiligungen zur Folge hat. Vielmehr vertreten sie die Ansicht, dass Heuristiken häufig im Ergebnis ebenso effektiv sein können wie die Lösung einer ausgeklügelten Optimierungsaufgabe.⁶

Wie bereits eingangs erwähnt, scheiden sich die Geister an der Frage, wie viel Rationalität bei den Agenten innerhalb der Modelle vorausgesetzt werden sollte. Dieses zeigt unmittelbar Rückwirkungen auf die Wahl der anzuwendenden Lernmethode. Auf einer Skala, die den individuellen Rationalitätsgrad misst, lassen sich genetische Algorithmen, Evolutionsstrategien, *reinforcement learning* und die auf reiner Imitation basierende Replikator-Dynamik aus der evolutionären Spieltheorie am unteren Ende geringer Rationalität abtragen. Häufig werden Lernmodelle — wie beispielsweise von Riechmann (2001b) — gerade mit dem Anspruch *minimaler Rationalität* formuliert, um Referenzaussagen treffen zu können. Im Gegensatz dazu ziehen Fudenberg und Levine (1998b, S. 3) Ansätze vor, „... *in which the agents, while not necessarily fully rational, are nevertheless somewhat sophisticated; we will frequently criticize learning models for assuming that agents are more naïve than we feel is plausible.*“ Auch Binmore und Samuelson (1994) teilen diese Auffassung und vertreten die Ansicht, dass die Agenten in der

⁶In dem Beispiel werden zwei Teams beauftragt, einem Roboter das Fangen eines Balls beizubringen. Das erste Team programmiert ihn mit allen relevanten Gesetzmäßigkeiten der Physik (Parabolfly, Beschleunigung, Geschwindigkeit, Drehung, Windabweichung, etc.), um den Ort des Einschlags exakt vorher berechnen zu können. Das andere Team programmiert ihn mit einer einzigen Heuristik, dem Blickwinkel zum Ball. Beide Programmierungen erfüllen ihren Zweck, allerdings ist die erste mit erheblich größerem Rechenaufwand verbunden.

Regel mit einem gewissen Vorwissen über strategische Situationen in Spielen ausgestattet sind.

Am oberen Ende mit vergleichsweise hohen Ansprüchen an die individuelle Rationalität befinden sich Methoden wie das bayesianische Lernen oder Kleinst-Quadrate-Lernen, in denen von den Agenten des Modells verlangt wird, ökonomische Modelle (korrekt) zu spezifizieren, Daten zu sammeln, diese auszuwerten sowie komplexe statistische Verfahren anzuwenden um Prognoseregeln aufzustellen. In der Mitte der Skala können dann Modelle wie beispielsweise Lernen über *classifier*-Systeme oder *finite-memory*-Prognoseregeln eingeordnet werden (Grandmont, 1985; Böhm und Wenzelburger, 1999).

Resümee Wenn wir die Ausführungen der vorangehenden Abschnitte zusammenfassen, lassen sich drei Beweggründe dafür erkennen, Lernen in ökonomischen Modellen zu betrachten. Erstens, Lernprozesse dienen der Fundierung des Rationalitätspostulats, zweitens, sie erfüllen die Funktion eines Selektionsmechanismus in Situationen multipler Gleichgewichte und drittens, der Lernvorgang selbst, das heißt seine Konvergenzzeiten, sein qualitativer Verlauf und eventuelle Pfadabhängigkeiten stehen im Mittelpunkt des Interesses.

4 Lernmethoden

Übersicht Zur Modellierung adaptiver Lernprozesse in ökonomischen Modellen wird in der Literatur eine fast unüberschaubare Vielzahl von Verfahren für eine fast ebenso große Menge an Problemen vorgeschlagen. Die Veröffentlichungen von Sargent (1993), Evans und Honkapohja (1999, 2001), Fudenberg und Levine (1998b) sowie Sobel (2000) sind für den jeweiligen Forschungsbereich erste Ansätze, etwas Licht in dieses Dunkel zu bringen. Ziel dieses Abschnitts kann es aus diesem Grund auch nur sein, einen einführenden Überblick in die vielleicht am weitesten verbreiteten Methoden zu geben, deren Qualität sich nach Lucas (1986) in ihrer Fähigkeit zeigt, realtypisches menschliches Verhalten wiederzugeben.

Im Hinblick auf eine erste Einteilung ist es durchaus üblich, zwischen statistischen Lernverfahren, Lernmethoden der (evolutionären) Spieltheorie und Techniken der Künstlichen Intelligenz (KI) zu unterscheiden.⁷ Zu

⁷Dieses ist keine saubere Einteilung, erstens, weil das Unterscheidungskriterium nicht einheitlich gewählt wurde und zweitens, weil sie nicht überschneidungsfrei ist. Sie ist jedoch ausreichend für den hier verfolgten Zweck einer groben Unterscheidung der Methoden. Bayesianisches Lernen beispielsweise wird sowohl bei den statistischen Methoden als auch innerhalb der Spieltheorie verwendet. Neuronale Netze als Instrument der KI können auch als nichtlinearer ökonomischer Schätzer interpretiert werden. Zu der Beziehung

der ersten Gruppe gehören beispielsweise bayesianisches Lernen, stochastische Gradientenverfahren sowie adaptive Lernalgorithmen wie (rekursive) Kleinst-Quadrate-Lernen (Sargent, 1993; Evans und Honkapohja, 2001). Die zweite Gruppe umfasst unter anderem die Replikator-Dynamik, *reinforcement learning*, *fictitious play*, aber auch Modelle bayesianischen Lernens (Fudenberg und Levine, 1998b). Zu der dritten Gruppe schließlich zählen neben den bereits öfter erwähnten genetischen Algorithmen und Evolutionsstrategien, neuronalen Netzen und *classifier*-Systemen (Goldberg, 1989; Holland, 1992) auch andere Techniken, wie genetische Programmierung (Koza, 1992, 1994), *hill climbing*-Verfahren wie das *simulated annealing* und *threshold*-Algorithmen (Sangiovanni-Vincentelli, 1991).

Der Vorteil der KI-Methoden liegt in ihrer besonderen Eignung für die Modellierung sozialer Lernprozesse, weil speziell die Heterogenität der Agenten leicht zu erfassen ist. Für diesen Bereich ökonomischer Fragestellungen werden die Verfahren unter dem Sammelbegriff *agent based economics*, zu deutsch agentenbasierte Ökonomik erfasst. Ihr gemeinsames Merkmal ist die computergestützte Modellierung der Verhaltens von Mikroeinheiten, den so genannten Agenten, woraus dann Schlussfolgerungen sowohl für das individuelle als das aggregierte Verhalten gezogen werden. Eine Einführung in dieses Forschungsfeld geben Holland und Miller (1991), Arthur (1991, 1993), Lane (1993a,b), Tesfatsion (1995, 2001) sowie Gaylord und D'Andria (1998).⁸

Bayesianisches Lernen Die entscheidungstheoretische Grundlage des bayesianischen oder auch *rationalen* Lernens besteht aus der Übertragung der Erwartungsnutzentheorie auf sequenzielle Entscheidungsprobleme. Ausgangspunkt ist ein erwartungsnutzenmaximierendes Wirtschaftssubjekt, das über subjektive Vorstellungen über den Eintritt bestimmter Umweltzustände verfügt, die sich in Wahrscheinlichkeitsverteilungen ausdrücken lassen. Diese sind in der Regel *common knowledge*. Die Besonderheit dieser Lernmethode besteht nun darin, dass im Rahmen eines sequenziellen Entscheidungsproblems ursprünglich vorhandene Einschätzungen, die so genannten *a priori* Wahrscheinlichkeiten, im Zeitablauf nach dem Satz von Bayes modifiziert werden. Dabei dienen beobachtete Realisationen exogener Zufallsgrößen als Informationsbasis, um Rückschlüsse auf die Werte der unbekanntenen Größen zu ziehen. Das Wirtschaftssubjekt maximiert seinen Erwartungsnutzen unter Maßgabe der aktualisierten *a posteriori* Wahr-

zwischen KI und Spieltheorie vgl. die Einleitung von Monderer et al. (2001) in dem Sonderheft von *Games and Economic Behavior*.

⁸Vgl. hierzu auch das von Tesfatsion (2001) herausgegebene Sonderheft des *Journal of Economic Dynamics and Control*. Eine ausführliche Diskussion agentenbasierter Ökonomik liefern Beckenbach und Chattoe an späterer Stelle dieses Bandes. Siehe hierzu auch Riechmann (2001b, Kap. 2).

scheinlichkeiten. Mit der Wiederholung dieses Lernvorgangs werden aus der Sicht des Einzelnen bestimmte Umweltzustände wahrscheinlicher als andere. Im Lernverlauf werden auf diese Weise zunehmend Informationen über den *wahren* Zustand der Umwelt gewonnen.⁹ Man spricht von aktivem (passivem) Lernen, wenn der Informationsgehalt der Beobachtungen von dem Individuum selbst (nicht) beeinflusst werden kann. Der Lernprozess konvergiert, wenn asymptotisch die subjektiven Vorstellungen den tatsächlichen Gegebenheiten entsprechen.

Bayesianisches Lernen beschreibt typischerweise individuelle Lernprozesse, weil das lernende Wirtschaftssubjekt nicht aus den Erfahrungen anderer Agenten lernt, die möglicherweise ebenfalls schrittweise ihre subjektiven Wahrscheinlichkeitsvorstellungen aktualisieren, sondern nur aus den beobachtbaren Daten. Dieses schließt allerdings nicht aus, dass Entscheidungen anderer die relevanten Daten beeinflussen können. Zusätzliche Effekte gehen von asymmetrischen Informationen aus, wenn neben öffentlichen Informationen auch private Signale beobachtet werden.

Die wesentlichen Grundprinzipien bayesianischen Lernens werden in Blume und Easley (1995) sowie Kiefer und Nyarko (1995) diskutiert. Eine Übersicht liefern ebenfalls El-Gamal und Sundaram (1993). Klassiker für das Lernen rationaler Erwartungsgleichgewichte sind Townsend (1978, 1983) sowie Bray und Kreps (1987). Vives (1995) sowie Jun und Vives (1996) beschäftigen sich mit der Konvergenzgeschwindigkeit bayesianischer Lernprozesse. Die spieltheoretische Seite wird in Fudenberg und Levine (1998b) diskutiert. Eine jüngere Anwendung in diesem Bereich ist zum Beispiel Marx und Matthews (2000).

Adaptive Lernalgorithmen Die Vermutung eingeschränkt rationaler Wirtschaftssubjekte bildet den Ausgangspunkt für die ökonomischen Modelle, in denen Lernprozesse mittels adaptiver Lernalgorithmen formuliert werden.¹⁰ Zentrale Idee der hier diskutierten stochastischen Ansätze ist, dass die Agenten des Lernmodells sich wie Ökonometriker verhalten. Ausgehend von unvollständigen Kenntnissen über die realen Strukturen der Ökonomie konzipieren sie ein so genanntes *Hilfsmodell* und führen auf der Basis der verfügbaren Daten Parameterschätzungen durch. Daraus resultieren Prognoseregeln, die zu jedem Zeitpunkt auf der Basis neu gewonnener Daten revidiert werden.

⁹Die kognitiven Anforderungen an das Wirtschaftssubjekt sind vergleichsweise hoch, was besonders für Verfechter der Hypothese eingeschränkter Rationalität Anlass zu Kritik an dieser Methode gibt. Bray und Kreps (1987) argumentieren hingegen, dass bayesianische Lernmodelle als Referenz für andere Lernansätze dienen können.

¹⁰Grandmont (1985) diskutiert eine andere Klasse adaptiver Lernalgorithmen, die so genannten *finite-memory*-Lernregeln. Diese deterministischen Lernprozesse können als eine Erweiterung adaptiver Erwartungsbildung angesehen werden.

Das Hilfsmodell bildet die aus Sicht der Wirtschaftssubjekte relevanten Zusammenhänge der Ökonomie ab. Es ist die Basis der individuellen Erwartungsbildung, stellt aber keine unveränderliche Größe dar. Vielmehr wird es durch die im Zuge des Lernvorgangs wiederholt stattfindenden Parameterschätzungen beständig aktualisiert. Die Lernumgebung ist dabei ein *selbst-referenzielles* System, weil die Erwartungen die zur Parameterschätzung herangezogenen Daten beeinflussen, die Erwartungsbildung selbst jedoch auf den geschätzten Parametern beruht. Dieses Phänomen wird auch als *forecast feedback* bezeichnet.¹¹

Ziel der Agenten ist es, den mittleren quadratischen Prognosefehler zu minimieren. Als Schätzverfahren wird dabei in der Literatur überwiegend eine Kleinst-Quadrate-Schätzung der unbekannt Parameter implementiert, wobei eine rekursive Darstellung des KQ-Schätzers erlaubt, die Schätzer vergleichsweise einfach zu aktualisieren, wenn neue Beobachtungen hinzukommen. Eine Alternative zum KQ-Schätzer ist beispielsweise das stochastische Gradientenverfahren (Evans und Honkapohja, 1998; Heinemann, 2001).

Ähnlich wie bei adaptiver Erwartungsbildung stellt sich angesichts der adaptiven Natur dieser Lernmethode die Frage, ob die Agenten im Stande sind, rationale Erwartungsgleichgewichte zu lernen. Von Bedeutung ist in diesem Zusammenhang das Konzept der *Erwartungsstabilität* (Evans und Honkapohja, 1995). Die Konvergenzeigenschaften adaptiver Lernalgorithmen wurden in der Literatur zunächst bevorzugt im Rahmen des Cobweb-Modells untersucht, beispielsweise von Bray und Savin (1986), Evans und Honkapohja (1998), Heinemann (2001), bevor sich das Interesse auch auf Fragen der Gleichgewichtsselektion bei multiplen Gleichgewichten richtete (Heinemann, 2000b). Weitere behandelte Aspekte sind beispielsweise die Konsequenzen einer Fehlspezifikation des Hilfsmodells auf den Lernprozess, verzögerte Variablen oder heterogene Erwartungen aufgrund asymmetrischer Informationen. Einen ersten Überblick über diesen Bereich gibt Sargent (1993). Wesentlich ausführlicher sind Evans und Honkapohja (1999, 2001) sowie Heinemann (2001).

Replikator-Dynamik Diese Lernmethode gehört zu den am häufigsten verwendeten Lernverfahren in der evolutionären Spieltheorie. Als populationsbasierter Ansatz wird sie vorrangig dazu benutzt, soziale Lernprozesse abzubilden. Wie die meisten evolutionären Ansätze weist sie eine atomistische und myopische Struktur auf, das heißt, die Agenten vernachlässigen ihren individuellen Einfluss auf das Aggregat und agieren nicht vorausschauend im Hinblick auf die zukünftige Entwicklung des Systems.

¹¹Dieses hat zur Konsequenz, dass sich die Dynamik und die asymptotischen Eigenschaften des Systems nicht mit den üblichen ökonometrischen Verfahren beschreiben lassen.

Im einfachsten Fall besteht eine Population aus Agenten, die eine endliche Menge von Strategien spielen. Dabei handelt es sich um reine Strategien, die sich im Hinblick auf ihre Auszahlungen unterscheiden. Jeder Agent lebt eine Periode und hinterlässt Nachkommen, denen er seinen Phänotyp, das heißt seine Strategie vererbt. Jede Runde des Spiels setzt sich aus einer Spiel- und einer Lern-, besser Vermehrungsphase zusammen. Dabei kann die Spielphase unterschiedlich gestaltet sein: beispielsweise entweder in Form eines *playing the field* oder indem per Zufallswahl eine bestimmte Anzahl von Agenten aus der Population gezogen werden und dann paarweise gegeneinander spielen.

Die Vermehrungsrate — oder auch Wachstumsrate einer Strategie — hängt von der Auszahlung der gespielten Strategie relativ zur durchschnittlichen Auszahlung aller Strategien ab. Diejenigen Strategien, die in einer Periode einer überdurchschnittlichen Performance aufweisen, werden in der folgenden Periode von einem größerem Anteil der Agenten innerhalb der Population gespielt. Anstelle von Vererbung kann die Verbreitung erfolgreicher Strategien auch mit *Imitation* begründet werden. In diesem Fall würden die Agenten mehr als eine Periode leben und die überlegenen Strategien anderer nachahmen bzw. adaptieren. Der Bevölkerungsanteil der Agenten, die eine bestimmte Strategie spielen, entspricht bei einer hinreichend grossen Population gerade der relativen Auszahlung dieser Strategie.

Kurz gesagt ist der Lernfortschritt der Gesellschaft dadurch gekennzeichnet, dass der Bevölkerungsanteil der Agenten, die eine bestimmte überdurchschnittliche Strategie spielen, sich im Zeitablauf vergrößert. Die Replikator-Dynamik beschreibt die Entwicklung der relativen Häufigkeiten von Strategien innerhalb der Population. Ein Nash-Gleichgewicht ist dann ein *steady state* der Replikator-Dynamik. Eine zentrale Rolle kommt in diesem Zusammenhang dem *ESS*-Konzept (*evolutionary stable strategy*, Maynard Smith 1982) zu, einer Form der *Nash-refinements*. Eine gleichgewichtige Strategie erfüllt dieses Kriterium, wenn sie gegenüber marginalen Invasionen fremder Strategien robust ist.

Das Grundmodell der Replikator-Dynamik kann um zusätzliche Elemente wie zum Beispiel Heterogenität der Agenten oder um Mutation, das heißt zufallsbedingter Änderungen der Strategien erweitert werden.¹² Eine Einführung und Übersicht zu den verschiedenen Ausgestaltungsmöglichkeiten der Replikator-Dynamik sowie zu Lernen in Spielen grundsätzlich geben Hirshleifer und Martinez Coll (1992), Weibull (1995), Vega-Redondo (1996), Samuelson (1997), Fudenberg und Levine (1998a,b), sowie Hofbauer und Sigmund (1998). Schlag (1998, 1999) beschäftigt sich intensiv mit dem Aspekt der *Imitation*. Clemens und Riechmann (2001) sowie Riechmann

¹²Vgl. hierzu die entsprechenden Kapitel in Fudenberg und Levine (1998b).

(2001c) analysieren den Zusammenhang zwischen der Replikatordynamik und der Replikationsdynamik evolutionärer Algorithmen.

Evolutionäre Algorithmen Die Gruppe der evolutionären Algorithmen umfasst zum einen die von Holland (1975) entwickelten *Genetischen Algorithmen* und zum anderen die auf Rechenberg (1973) zurückgehenden *Evolutionsstrategien*. Beide Ansätze zeichnen sich dadurch aus, dass bei der Modellierung von Lernvorgängen versucht wird, die Prinzipien der biologischen auf die gesellschaftliche Entwicklung zu übertragen.¹³ Dabei wird in einem stochastischen Verfahren eine *Population* so genannter *genetischer Individuen* verschiedenen *genetischen Operatoren* unterworfen und hierdurch eine Population von *Nachkommen* erzeugt.

Die Population kann dabei aus ökonomischer Perspektive ganz unterschiedlich interpretiert werden. Sie kann sich aus einer Vielzahl lernender Agenten zusammensetzen oder aus der Sicht eines einzelnen Wirtschaftssubjektes eine Menge miteinander konkurrierender Strategien und Handlungsalternativen abbilden. Bei den genetischen Operatoren handelt es sich um *Rekombination*, *Mutation* und *Selektion*. Das ökonomische Äquivalent der Rekombination und der Mutation sind *Lernen durch Imitation* und *Lernen durch Experimente*, wohingegen Selektion zum Beispiel als erfolgreiches Bestehen am Markt interpretiert werden kann (Riechmann, 1999). Durch Rekombination werden bereits vorhandene Informationen im neuen Kontext getestet. Mutation hingegen bewirkt das Auffinden neuer oder im Selektionsprozess verloren gegangener Informationen. Zusammengenommen ergibt dieses einen ständigen Prozess der Informationsfindung (*exploration*) und Informationsauswertung (*exploitation*).

Evolutionäre Algorithmen sind zielgerichtete Verfahren, weil die nach der Selektion in der Population verbleibenden Individuen die Grundlage des nächsten Iterationsschrittes bilden, so dass in jeder Periode die Informationen genutzt werden können, die in allen vorigen Schritten entstanden sind. Allerdings zeichnet sich die Entwicklung des Systems aus diesem Grund auch in hohem Maße durch Nichtlinearitäten und Pfadabhängigkeiten aus.

Wegen der ihnen inherenten Populationsstruktur werden evolutionäre Algorithmen vorzugsweise dann eingesetzt, wenn es darum geht, soziale Lernprozesse abzubilden. Der Vorgang der Reproduktion, Veränderung und Auslese wird solange wiederholt, bis ein Abbruchkriterium — beispielsweise Konvergenz des Lernprozesses — erfüllt ist.

¹³Ein ausführlicher Vergleich der beiden Ansätze findet sich in Hoffmeister und Bäck (1991). Ihr wesentliches Unterscheidungsmerkmal ist ihre binäre versus reellwertige Kodierung. Vgl. außerdem Hirshleifer (1977) zu einer Einschätzung der Möglichkeiten und Grenzen, biologische Sachverhalte auf gesellschaftliche Phänomene zu übertragen.

Eine Einführung in evolutionäre Algorithmen geben Goldberg (1989), Bäck et al. (1991), Holland (1992), und Beasley et al. (1993a,b). Eine frühe Übersicht über die verschiedenen ökonomischen Anwendungsbereiche findet sich in Clemens und Riechmann (1996). Ausführlicher sind Birchenhall et al. (1997), Dawid (1999) und Riechmann (2001b). Mittlerweile gibt es eine Vielzahl von Beiträgen, in denen ökonomische Lernprozesse mit Hilfe evolutionärer Algorithmen abgebildet werden.¹⁴ Zu den ersten Anwendungen gehören hier Arifovic (1994), Arifovic und Eaton (1995) sowie Birchenhall (1995).

Neuronale Netze Die Grundidee bei der Formulierung von Lernprozessen mittels neuronaler Netze besteht darin, eine unbekannt funktionale Beziehung zwischen Input- und Outputgrößen durch eine Netzwerkstruktur abzubilden. Im Allgemeinen besteht dieses Netzwerk aus verschiedenen Schichten von Knoten, den *Neuronen*, die miteinander verbunden sind. Im einfachen Fall eines so genannten *feedforward* Netzes sind üblicherweise Neuronen derselben Schicht nicht miteinander verbunden, und die Signale verlaufen zwischen den Schichten nur in einer Richtung, so dass es kein Feedback von späteren zu früheren Schichten gibt. Innerhalb eines Neurons findet der Signalverarbeitungsprozess statt. Dabei wird eine gewichtete Summe der Inputsignale mittels einer Aktivierungsfunktion verarbeitet. Das Ergebnis wird an die folgende Ebene weitergeleitet. Sowohl die Gewichte als auch die Aktivierungsfunktion sind in diesem Zusammenhang exogen gegeben.

Der Vorteil neuronaler Netze liegt darin, dass sie vergleichsweise gute Approximationen unbekannter funktionaler Beziehungen liefern. Allerdings müssen sie vor ihrem eigentlichen Einsatz anhand von Trainingsdaten trainiert werden, um Aufschluss über die sinnvolle Gewichtung der Inputsignale zu erhalten. Der Nachteil für die Erklärung von Lernprozessen liegt in ihrem *black box*-Charakter.

In der Regel werden neuronale Netze in der ökonomischen Forschung zu dem soeben erwähnten Zweck eingesetzt, unbekannt Funktionen zu approximieren. Einen Überblick über neuronale Netze als Lernmethode geben Sargent (1993) sowie Evans und Honkapohja (2001). Zu den Anwendungen gehören Heinemann und Lange (1997), Heinemann (2000a) und Packalén (1998).

Classifier-Systeme Ein *classifier*-System repräsentiert ein System von „wenn ... dann“-Verhaltensanweisungen. Diese stellen aus der Sicht des einzelnen Individuums die Menge potenzieller Entscheidungsregeln dar, die mit unterschiedlichen Auszahlungen verbunden sind. Die Regeln sind nicht

¹⁴Eine Einschätzung zur grundsätzlichen Eignung gibt Brenner (1998).

zwangsläufig konstant, sondern werden im Verlauf des Lernvorgangs verändert und optimiert. Das *classifier*-System bestimmt dabei in jeder Periode des Lernprozesses, welche Entscheidungsregeln aktiviert und auf der Basis neuer Informationen oder der Erfahrungen voran gegangener Perioden aktualisiert werden.

Der Prozess läuft dabei folgenderweise ab: Im Allgemeinen wird mit einem eingehenden Signal bei mehreren der *classifier* der „*wenn*“-Teil erfüllt sein, so dass jeder von ihnen zunächst aktiviert wird. Ihre Bewertung erfolgt anhand ihrer Qualität oder auch *Stärke*, beispielsweise in Form von Kosten und Nutzen. Die Frage, welche Entscheidungsregel tatsächlich zur Anwendung kommt, wird dann beispielsweise mit Hilfe einer stochastischen Auktion entschieden. Der eigentliche Lernvorgang über die Zeit besteht in einer Änderung des Bewertungssystems und in der Erzeugung neuer *classifier*.

Classifier-Systeme eignen sich besonders zur Formulierung von Problemen, in denen anhand von Daumenregeln entschieden wird (Lettau und Uhlig, 1999). Sie haben darüber hinaus den Vorteil, dass sie den menschlichen Lern- und Entscheidungsvorgang vielleicht besser beschreiben können als andere Lernmethoden wie beispielsweise genetische Algorithmen. Allerdings verlagert sich das Problem nur um eine Ebene, weil in der Regel die Modifikation der *classifier* — besser des zugrunde liegenden Bewertungssystems — wenig aussagekräftig mittels neuronaler Netze und evolutionärer Algorithmen beschrieben wird.

Eine Einführung in *classifier*-Systeme geben Goldberg (1989), Holland (1992), Sargent (1993) sowie Evans und Honkapohja (1999, 2001). Zu den Anwendungen gehören Marimon et al. (1990), Wilcox (1995) und Vriend (1995).

5 **Schlußfolgerungen und Ausblick**

Mit diesem Beitrag haben wir im Wesentlichen drei Ziele verfolgt. Hierzu gehörte erstens eine kurze Einführung in die Begrifflichkeiten sowie eine Übersicht darüber, wie Lernen in ökonomischen Modellen üblicherweise formuliert wird.

Zweitens sollte vor dem Hintergrund des Annahmensystems der traditionellen Wirtschaftstheorie begründet werden, welchen Erkenntnisgewinn die explizite Betrachtung von Lernprozessen mit sich bringen kann. Als Gründe wurden in diesem Zusammenhang zum einen eine mögliche Fundierung der ökonomischen Rationalitätshypothese sowie zum anderen eine Unterstützung bei der Lösung der Selektionsproblematik im Fall multipler Gleichgewichte genannt. Darüber hinaus besteht natürlich ein grund-

sätzliches Interesse an dem Prozess selbst, das heißt an dem dynamischen Verlauf des Lernens.

Lernvorgänge bedingen eine Abkehr von den Grundvoraussetzungen des Rationalitätspostulats. Aus diesem Grund wurden zwei zentrale Bausteine der Theorie des Rationalverhaltens — rationale Erwartungen und Nash-Strategien bei vollständiger Information — mit dem vergleichsweise jungen Konzept eingeschränkter Rationalität kontrastiert.

Dieses Konzept bildet den gemeinsamen Ansatzpunkt der im dritten Teil geschilderten Lernmethoden. Im Zuge der Diskussion wurde deutlich, dass nicht jede Lernmethode für jedes ökonomische Problem geeignet ist. Vielmehr können sogar gleiche Lernmethoden auf unterschiedlichen Lernebenen (individuell/sozial) zu substanziell verschiedenen Ergebnissen führen. Manche Methoden wie bayesianisches Lernen oder adaptive Lernalgorithmen eignen sich eher zur Abbildung individueller Lernvorgänge. Im Gegensatz dazu sind die populationsbasierten Ansätze wie Replikator-Dynamik oder evolutionäre Algorithmen geradezu prädestiniert für die Darstellung sozialer Lernprozesse. Zudem lassen sich die Methoden der *agent based computational economics* (ACE) eher als statistische Lernverfahren auf nichtlineare Probleme anwenden. Besonders in dem ACE-Bereich ist das Potenzial zur Modellierung von Lernprozessen keineswegs ausgeschöpft. Neuere Forschungen konzentrieren sich beispielsweise auf die Darstellung von Lernen in Nachbarschaftsumgebungen.

Die alternativen Lernverfahren setzen im Hinblick auf die Agenten des Modells in unterschiedlichem Ausmaß kognitive Fähigkeiten voraus, das heißt Vorkenntnisse über die Rahmenbedingungen der Umwelt, mögliche Handlungsalternativen und Informationsverarbeitungskapazitäten. Die Entscheidung über die Lernmethode sollte also vor dem Hintergrund des gewünschten Grades eingeschränkter Rationalität getroffen werden.

Literatur

- Arifovic, Jasmina (1994), Genetic Algorithm Learning and the Cobweb-Model. *Journal of Economic Dynamics and Control* **18**, 3–28.
- Arifovic, Jasmina und Eaton, Curtis (1995), Coordination via Genetic Learning. *Computational Economics* **8**, 181–203.
- Arthur, W. Brian (1991), Designing Economic Agents that Act Like Human Agents: A Behavioural Approach to Bounded Rationality. *AEA Papers and Proceedings* **81**, 353–359.
- Arthur, W. Brian (1993), On Designing Economic Agents that behave like Human Agents. *Journal of Evolutionary Economics* **3**, 1–22.
- Arthur, W. Brian (1995), *Increasing Returns and Path Dependence in the Economy*. University of Michigan Press, Ann Arbor.

- Arthur, W. Brian, Ermoliev, Yu M. und Kaniovski, Yu M. (1993), Path-Dependent Processes and the Emergence of Macro-Structure. In: *Evolutionary Economics*, herausgegeben von Ulrich Witt, S. 257–266, Edward Elgar, Aldershot.
- Axelrod, Robert (1987), The Evolution of Strategies in the Iterated Prisoner's Dilemma. In: *Genetic Algorithms and Simulated Annealing*, herausgegeben von Lawrence Davis, S. 32–41, Pitman, London.
- Azariadis, Costas (1993), *Intertemporal Macroeconomics*. Blackwell Publishers, Oxford.
- Bäck, Thomas, Hoffmeister, Frank und Schwefel, Hans-Paul (1991), A Survey of Evolution Strategies. In: *Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorithms*, herausgegeben von R. K. Belew und L. B. Booker, S. 2–9, Morgan Kaufmann, San Mateo, CA.
- Beasley, David, Bull, David R. und Martin, Ralph R. (1993a), An Overview of Genetic Algorithms: Part 1, Fundamentals. *University Computing* **15**, 58–69.
- Beasley, David, Bull, David R. und Martin, Ralph R. (1993b), An Overview of Genetic Algorithms: Part 2, Research Topics. *University Computing* **15**, 170–181.
- Benveniste, A., Metivier, M. und Priouret, P. (1990), *Adaptive Algorithms and Stochastic Approximations*. Springer-Verlag, Berlin.
- Binmore, Ken (1987), Modeling Rational Players, Part 1. *Economics and Philosophy* **3**, 179–214.
- Binmore, Ken (1988), Modeling Rational Players, Part 2. *Economics and Philosophy* **4**, 9–55.
- Binmore, Ken (1992), *Fun and Games. A Text on Game Theory*. D. C. Heath and Company, Lexington, MA.
- Binmore, Ken und Samuelson, Larry (1994), An Economist's Perspective on the Evolution of Norms. *Journal of Institutional and Theoretical Economics* **150**, 45–63.
- Birchenhall, Chris (1995), Modular Technical Change and Genetic Algorithms. *Computational Economics* **8**, 233–253.
- Birchenhall, Chris, Kastrinos, Nikos und Metcalfe, J. Stan (1997), Genetic Algorithms in Evolutionary Modelling. *Journal of Evolutionary Economics* **7** (4), 375–393.
- Blume, Lawrence E. und Easley, David (1995), Evolution and Rationality in Competitive Markets. In: *Learning and Rationality in Economics*, herausgegeben von Alan Kirman und Mark Salmon, S. 324–342, Blackwell Publishers, Oxford.
- Böhm, Volker und Wenzelburger, Jan (1999), Expectations, Forecasting, and Perfect Foresight — A Dynamic Systems Approach. *Macroeconomic Dy-*

- namics* **3**, 167–186.
- Bray, Margaret M. (1985), Rational Expectations, Information and Asset Markets: An Introduction. *Oxford Economic Papers* **37**, 161–195.
- Bray, Margaret M. und Kreps, David (1987), Rational Learning and Rational Expectations. In: *Arrow and the Ascent of Modern Economic Theory*, herausgegeben von George Feiwel, S. 597–625, New York University Press, New York.
- Bray, Margaret M. und Savin, N. E. (1986), Rational Expectations Equilibria, Learning, and Model Specification. *Econometrica* **54**, 1129–1160.
- Brenner, Thomas (1998), Can Evolutionary Algorithms Describe Learning Processes? *Journal of Evolutionary Economics* **8**, 271–283.
- Burguet, Roberto und Vives, Xavier (2000), Social Learning and Costly Information Acquisition. *Economic Theory* **15**, 185–205.
- Cagan, P. (1956), The Monetary Dynamics of Hyper-Inflation. In: *Studies in the Quantity Theory of Money*, herausgegeben von Milton Friedman, S. 25–117, University of Chicago Press, Chicago.
- Clemens, Christiane und Riechmann, Thomas (1996), Evolutionäre Optimierungsverfahren und ihr Einsatz in der ökonomischen Forschung. Diskussionspapiere des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften 195, Universität Hannover, Hannover.
- Clemens, Christiane und Riechmann, Thomas (2001), Dynamic Voluntary Contribution to a Public Good: Learning to be a Free Rider. Diskussionspapier 240, Universität Hannover, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Hannover.
- Conlisk, J. (1996), Why Bounded Rationality? *Journal of Economic Literature* **34**, 669–700.
- Dawid, Herbert (1999), *Adaptive Learning by Genetic Algorithms*. Springer-Verlag, Berlin, 2. Aufl.
- El-Gamal, Mahmoud A. und Sundaram, R. K. (1993), Bayesian Economists ... Bayesian Agents: An Alternative Approach to Optimal Learning. *Journal of Economic Dynamics and Control* **17**, 355–383.
- Ellison, Glenn und Fudenberg, Drew (1993), Rules of Thumb for Social Learning. *Journal of Political Economy* **101**, 612–643.
- Evans, George W. und Honkapohja, Seppo (1995), Adaptive Learning and Expectational Stability: An Introduction. In: *Learning and Rationality in Economics*, herausgegeben von Alan Kirman und Mark Salmon, S. 102–126, Blackwell Publishers, Oxford.
- Evans, George W. und Honkapohja, Seppo (1998), Stochastic Gradient Learning in the Cobweb Model. *Economics Letters* **61**, 333–337.

- Evans, George W. und Honkapohja, Seppo (1999), Learning Dynamics. In: *Handbook of Macroeconomics*, herausgegeben von J. B. Taylor und Michael Woodford, S. 449–542, North-Holland, Amsterdam.
- Evans, George W. und Honkapohja, Seppo (2001), *Learning and Expectations in Macroeconomics*. Princeton University Press, Princeton.
- Friedman, Daniel (1991), Evolutionary Games in Economics. *Econometrica* **59**, 637–666.
- Friedman, Daniel (1998a), Evolutionary Economics goes Mainstream: A Review of the Theory of Learning in Games. *Journal of Evolutionary Economics* **8**, 423–432.
- Friedman, Daniel (1998b), On Economic Applications of Evolutionary Game Theory. *Journal of Evolutionary Economics* **8**, 15–43.
- Friedman, Milton (1957), *A Theory of the Consumption Function*. Princeton University Press, Princeton.
- Fudenberg, Drew und Levine, David K. (1998a), Learning in Games. *European Economic Review* **42**, 631–639.
- Fudenberg, Drew und Levine, David K. (1998b), *The Theory of Learning in Games*. MIT Press, Cambridge/MA.
- Gale, Douglas (1996), What Have We Learned from Social Learning? *European Economic Review* **40**, 617–628.
- Gaylord, Richard J. und D’Andria, Louis J. (1998), *Simulating Society*. Springer-Verlag/Telos, Berlin.
- Gigerenzer, Gerd und Selten, Reinhard (2001), Rethinking Rationality. In: *Bounded Rationality: The Adaptive Toolbox*, herausgegeben von Reinhard Selten und Gerd Gigerenzer, S. 1–12, MIT Press, Cambridge, MA.
- Goldberg, David E. (1989), *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley, Reading.
- Grandmont, Jean-Michel (1985), On Endogenous Competitive Business Cycles. *Econometrica* **53**, 995–1045.
- Guesnerie, Roger (2001), The Government and Market Expectations. *Journal of Institutional and Theoretical Economics (JITE)* **157**, 116–126.
- Heinemann, Maik (2000a), Adaptive Learning of Rational Expectations using Neural Networks. *Journal of Economic Dynamics and Control* **24**, 1007–1026.
- Heinemann, Maik (2000b), Convergence of Adaptive Learning and Expectational Stability: The Case of Multiple Rational Expectations Equilibria. *Macroeconomic Dynamics* **4**, 263–288.
- Heinemann, Maik (2001), *Erwartungsbildung, individuelle Entscheidungen und das Lernen ökonomischer Zusammenhänge*. Metropolis-Verlag, Marburg.

- Heinemann, Maik und Lange, Carsten (1997), Modellierung von Preiserwartungen durch neuronale Netze. Diskussionspapier 203, Universität Hannover, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Hannover.
- Hirshleifer, Jack (1977), Economics from a Biological Viewpoint. *The Journal of Law and Economics* **20**, 1–52.
- Hirshleifer, Jack und Martinez Coll, Juan Carlos (1992), Selection, Mutation, and the Preservation of Diversity in Evolutionary Games. Papers on Economics & Evolution 9202, European Study Group for Evolutionary Economics, Los Angeles, CA und Malaga.
- Hofbauer, Josef und Sigmund, Karl (1998), *Evolutionary Games and Population Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Hoffmeister, Frank und Bäck, Thomas (1991), Genetic Algorithms and Evolution Strategies — Similarities and Differences. Papers on Economics & Evolution 9103, European Study Group for Evolutionary Economics, Dortmund.
- Holland, John H. (1975), *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor.
- Holland, John H. (1992), *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. MIT Press, Cambridge/MA, 2. Aufl.
- Holland, John H. und Miller, John H. (1991), Artificial Adaptive Agents in Economic Theory. *AEA Papers and Proceedings* **81**, 365–370.
- Isaac, R. Mark, McCue, Kenneth F. und Plott, Charles R. (1985), Public Goods Provision in an Experimental Environment. *Journal of Public Economics* **26**, 51–74.
- Isaac, R. Mark, Walker, James M. und Thomas, Susan H. (1984), Divergent Evidence on Free Riding: An Experimental Examination of Possible Explanations. *Public Choice* **43**, 113–149.
- Jun, B. und Vives, X. (1996), Learning and Convergence to a Full-Information Equilibrium are not Equivalent. *Review of Economic Studies* **63**, 653–674.
- Kagel, John H. und Roth, Alvin E. (1995), *The Handbook of Experimental Economics*. Princeton University Press, Princeton.
- Keynes, John Maynard (1936), *The General Theory of Employment, Interest and Money*. MacMillan, London.
- Kiefer, Nicholas M. und Nyarko, Yaw (1995), Savage-Bayesian Models of Economics. In: *Learning and Rationality in Economics*, herausgegeben von Alan Kirman und Mark Salmon, S. 40–62, Blackwell Publishers, Oxford.
- Kimble, G. A. (1973), Learning. In: *Encyclopedia Americana*, herausgegeben von Americana Corporation, Bd. 17, S. 116–122, New York.

- Kirman, Alan und Salmon, Mark (1995), Editor's Introduction. In: *Learning and Rationality in Economics*, herausgegeben von Alan Kirman und Mark Salmon, S. 1–11, Blackwell Publishers, Oxford.
- Koza, J. R. (1992), *Genetic Programming. On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Koza, J. R. (1994), *Genetic Programming II. Automatic Discovery of Reusable Programs*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Lane, David A. (1993a), Artificial Worlds and Economics, Part 1. *Journal of Evolutionary Economics* 3, 89–107.
- Lane, David A. (1993b), Artificial Worlds and Economics, Part 2. *Journal of Evolutionary Economics* 3, 177–197.
- Lawrenz, Claudia (1999), Rationale Erwartungen als Ergebnis eines evolutionären Prozesses? Lernen mit Genetischen Algorithmen. Arbeitspapier für den 4. Doktoranden- und Habilitanden-Workshop „Evolutorische Ökonomik“ in Buchenbach 1999, Max-Planck-Institut zur Erforschung von Wirtschaftssystemen, Jena, Buchenbach.
- Lefrancois, G. (1994), *Psychologie des Lernens*. Springer-Verlag, Berlin, 3. Aufl.
- Lettau, Martin und Uhlig, Harald (1999), Rules of Thumb and Dynamic Programming. *American Economic Review* 89, 148–174.
- Lucas, Robert E. (1972), Expectations and the Neutrality of Money. *Journal of Economic Theory* 4, 103–124.
- Lucas, Robert E. (1978), Asset Prices in an Exchange Economy. *Econometrica* 46, 1429–1445.
- Lucas, Robert E. (1986), Adaptive Behaviour and Economic Theory. *Journal of Business* 59, 401–426.
- Magnusson, L. und Ottosson, J. (1997), *Evolutionary Economics and Path Dependence*. Edward Elgar, Cheltenham.
- Marcet, Albert und Sargent, Thomas J. (1995), Speed of Convergence of Recursive Least Squares: Learning with Autoregressive Moving-Average Perceptions. In: *Learning and Rationality in Economics*, herausgegeben von Alan Kirman und Mark Salmon, S. 179–215, Blackwell Publishers, Oxford.
- Marimon, Ramon (1993), Adaptive Learning, Evolutionary Dynamics and Equilibrium Selection in Games. *European Economic Review* 37, 603–611.
- Marimon, Ramon und McGrattan, Ellen (1995), On Adaptive Learning in Strategic Games. In: *Learning and Rationality in Economics*, herausgegeben von Alan Kirman und Mark Salmon, S. 63–101, Blackwell Publishers, Oxford.

- Marimon, Ramon, McGrattan, Ellen und Sargent, Thomas J. (1990), Money as a Medium of Exchange in an Economy with Artificially Intelligent Agents. *Journal of Economic Dynamics and Control* **14**, 329–373.
- Marx, Leslie M. und Matthews, Steven A. (2000), Dynamic Voluntary Contribution to a Public Project. *Review of Economic Studies* **67**, 327–358.
- Maynard Smith, John (1982), *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Milgrom, Paul und Roberts, John (1991), Adaptive and Sophisticated Learning in Normal Form Games. *Games and Economic Behavior* **3**, 82–100.
- Monderer, Dov, Tennenholtz, Moshe und Varian, Hal (2001), Economics and Artificial Intelligence. *Games and Economic Behavior* **35**, 1–5.
- Muth, J. (1961), Rational Expectations and the Theory of Price Movements. *Econometrica* **29**, 315–335.
- Packalén, Mirkko (1998), Adaptive Learning of Rational Expectations: A Neural Network Approach. mimeo, University of Helsinki, Helsinki.
- Palfrey, T. R. (1992), Implementation in Bayesian Equilibrium: The Multiple Equilibrium Problem in Mechanism Design. In: *Advances in Economic Theory: Invited Papers for the Sixth World Congress of the Econometric Society*, herausgegeben von Jean-Jacques Laffont, S. 283–323, Cambridge University Press.
- Rechenberg, Ingo (1973), *Evolutionsstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien biologischer Evolution*. Fromman–Holzboog, Stuttgart.
- Riechmann, Thomas (1999), Learning and Behavioral Stability — An Economic Interpretation of Genetic Algorithms. *Journal of Evolutionary Economics* **9**, 225–242.
- Riechmann, Thomas (2001a), Genetic Algorithm Learning and Evolutionary Games. *Journal of Economic Dynamics and Control* **25**, 1019–1037.
- Riechmann, Thomas (2001b), *Learning in Economics. Analysis and Application of Genetic Algorithms*. Physica–Verlag, Heidelberg.
- Riechmann, Thomas (2001c), Two Notes on Replication in Evolutionary Modelling. Diskussionspapier 239, Universität Hannover, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Hannover.
- Roth, A. und Er’ev, I. (1995), Learning in Extensive Form Games. *Games and Economic Behavior* **8**, 164–212.
- Salmon, Mark (1995), Bounded Rationality and Learning: Procedural Learning. In: *Learning and Rationality in Economics*, herausgegeben von Alan Kirman und Mark Salmon, S. 236–275, Blackwell Publishers, Oxford.
- Samuelson, Larry (1997), *Evolutionary Games and Equilibrium Selection*. MIT Press, Cambridge, MA.

- Sangiovanni-Vincentelli, A. (1991), Editor's Foreword. *Algorithmica* 6, 295–301.
- Sargent, Thomas J. (1973), Rational Expectations, the Real Rate of Interest and the Natural Rate of Unemployment. *Brookings Papers on Economic Activity* 2, 429–472.
- Sargent, Thomas J. (1993), *Bounded Rationality in Macroeconomics*. Oxford University Press, Oxford.
- Schlag, Karl H. (1998), Why Imitate and If So, How? A Bounded Rational Approach to Multi-Armed Bandits. *Journal of Economic Theory* 78 (1), 130–156.
- Schlag, Karl H. (1999), Which one Should I Imitate? *Journal of Mathematical Economics* 31 (4), 493–522.
- Selten, Reinhard (1990), Bounded Rationality. *Journal of Institutional and Theoretical Economics (JITE)* 146, 649–658.
- Selten, Reinhard (1998), Features of Experimentally Observed Bounded Rationality. *European Economic Review* 42, 413–436.
- Selten, Reinhard (2000), Thünen-Vorlesung: Eingeschränkte Rationalität und ökonomische Motivation. In: *Schriften des Vereins für Socialpolitik*, herausgegeben von Lutz Hoffmann, Nr. 274, S. 129–157, Duncker & Humblot, Berlin.
- Selten, Reinhard (2001), What is Bounded Rationality? In: *Bounded Rationality: The Adaptive Toolbox*, herausgegeben von Reinhard Selten und Gerd Gigerenzer, S. 13–36, MIT Press, Cambridge, MA.
- Simon, Herbert (1957), *Models of Man*. Wiley & Sons, New York.
- Simon, Herbert (1994), Bounded Rationality. In: *The New Palgrave. A Dictionary of Economics*, herausgegeben von J. Eatwell und M. Milgate, Bd. 1, S. 266–268, MacMillan, London.
- Simon, Herbert (1997), *Models of Bounded Rationality, Vol. 3. Empirically Grounded Economic Reason*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Slembeck, Tilman (1998), A Behavioral Approach to Learning in Economics.
- Slembeck, Tilman (1999), Learning in Economics: Where Do We Stand? A Behavioral View on Learning in Theory, Practice and Experiments. Discussion Paper 9907, Universität St. Gallen, St. Gallen.
- Sobel, Joel (2000), Economists' Models of Learning. *Journal of Economic Theory* 94, 241–261.
- Sugden, Robert (1985), Consistent Conjectures and Voluntary Contributions to Public Goods: Why the Conventional Theory does not Work. *Journal of Public Economics* 27, 117–124.

- Tesfatsion, Leigh (1995), How to Get Alife. mimeo, Iowa State University, Ames/Iowa.
- Tesfatsion, Leigh (2001), Introduction to the Special Issue on Agent-Based Computational Economics. *Journal of Economic Dynamics and Control, Special Double Issue: Agent-Based Computational Economics (ACE)* **25** (3–4), 281–293.
- Tisdell, C. A. (1996), *Bounded Rationality and Economic Evolution. A Contribution to Decision Making, Economics and Management*. Edward Elgar, Cheltenham.
- Townsend, Robert M. (1978), Market Anticipations, Rational Expectations, and Bayesian Analysis. *International Economic Review* **19**, 481–494.
- Townsend, Robert M. (1983), Forecasting the Forecasts of Others. *Journal of Political Economy* **91**, 546–588.
- Turnovsky, Stephen J. (1969), A Bayesian Approach to the Theory of Expectations. *Journal of Economic Theory* **1**, 220–227.
- Valentinyi, Ákos (1995), Rules of Thumb and Local Interaction. EUI, Working Paper ECO 95/29, European University Institute, Florenz.
- Vega-Redondo, Fernando (1996), *Evolution, Games, Economic Behavior*. Oxford University Press, Oxford.
- Vives, Xavier (1995), The Speed of Information Revelation in a Financial Market Mechanism. *Journal of Economic Theory* **67**, 178–204.
- Vives, Xavier (1996), Social Learning and Rational Expectations. *European Economic Review* **40**, 589–601.
- Vriend, Nicolaas J. (1995), Self-Organization of Markets: An Example of a Computational Approach. *Computational Economics* **8**, 205–231.
- Vriend, Nicolaas J. (2000), An Illustration of the Essential Difference between Individual and Social Learning, and its Consequences for Computational Analyses. *Journal of Economic Dynamics and Control* **24**, 1–19.
- Weibull, Jörgen W. (1995), *Evolutionary Game Theory*. MIT Press, Cambridge/MA.
- Wilcox, Jason R. (1995), Organizational Learning within a Learning Classifier System. IlliGAL Report 95003, IlliGAL, Illinois Genetic Algorithms Laboratory, Urbana-Champaign.