DCF

Lutz Kruschwitz[1]

und

Andreas Löffler[2]

Diskussionspapier Nr. 265/2002

Fakultät Wirtschaftswissenschaften
Universität Hannover

Abstract

Diese Diskussionsarbeit stellt einen wichtigen Baustein zu einer geplanten Monographie über die Theorie der DCF-Verfahren dar.
Es gibt viele Veröffentlichungen zu diesem Thema, die nach Ansicht der Verfasser ein Problem aufweisen: sie fußen nicht auf einem stringenten Konzept des Begriffes „Kapitalkosten“. In dieser Monografie werden Kapitalkosten als bedingte erwartete Renditen verstanden; es ergibt sich dann die Aufgabe, alle Aussagen über DCF-Verfahren auf dieser Definition aufbauend herzuleiten. Dabei zeigen sich eine zahlreiche Zusammenhänge (beispielsweise über andere als die klassischen Finanzierungspolitiken wie autonom und wertorientiert), die in der Literatur noch nicht bekannt sind.
Die vorliegende Arbeit ist in mehrfacher Hinsicht unvollständig. Sie konzentriert sich erstens auf risikoloses Fremdkapital, was zwar einer in der Theorie der Unternehmensbewertung üblichen Tradition entspricht, aber sehr realitätsfern ist. Sie konzentriert sich zweitens auf Steuern auf Unternehmensebene und blendet Steuern auf Gesellschafterebene vollkommen aus. Die Verfasser arbeiten daran, ihre Überlegungen in Bezug auf beide Aspekte zu verallgemeinern.

[1] Freie Universität Berlin, Boltzmannstr. 20, 14195 Berlin, E-Mail LK@wacc.de.
[2] Universität Hannover, Königsworther Platz 1, 30167 Hannover, E-Mail AL@wacc.de

Vorwort

Wir danken dem Verein zur Förderung der Zusammenarbeit von Lehre und Praxis am Finanzplatz Hannover e.V., ohne dessen großzügige Unterstützung uns vieles schwerer gefallen wäre. Lutz Kruschwitz dankt Ingrid Kruschwitz, die sich nie beklagte, wenn er nächtelang am PC saß.

Bernover, am 5. November 2002 *Lutz Kruschwitz & Andreas Löffler*

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Grundlagen

1.1 Das Problem

DCF–Verfahren sind in aller Munde. Nicht nur Finanzierungsfachleute, sondern auch Wirtschaftsprüfer, Investmentbanker und Unternehmensberater diskutieren derzeit die Vor– und Nachteile der Methoden des discounted cash–flow. Dieses Buch will sich an der Diskussion beteiligen und dazu einen theoretischen Beitrag leisten.

Wer sich mit DCF–Verfahren beschäftigt, stößt unvermeidlich auf eine Reihe von immer wiederkehrenden Begriffen. So ist typischerweise davon die Rede, dass es bei der Bewertung eines Unternehmens darum geht,

- dessen zukünftige Zahlungsüberschüsse
- unter Berücksichtigung von Steuern
- mit angemessenen Kapitalkosten

zu diskontieren. Um eine solche Aussage recht zu verstehen, muss man offensichtlich drei Dinge klären: erstens muss man begreifen, was Zahlungsüberschüsse sein sollen; zweitens braucht man geeignete Vorstellungen von den Steuern, die zu berücksichtigen sind; und drittens benötigt man Informationen über die korrekten Kapitalkosten.

Die Zahlungsüberschüsse, welche zu diskontieren sind, nennt man auch Cashflows. Nirgends in der Literatur ist dieser Begriff eindeutig definiert, weswegen man sicher sein kann, dass zwei Ökonomen, die im Zusammenhang mit der Unternehmensbewertung von Cashflows sprechen, niemals an ein und denselben Gegenstand denken. Die Leser dieses Buches erwarten vielleicht, dass wir im Detail ausführen, wie man die zu diskontierenden Cashflows ermittelt. Diese Hoffnungen werden wir enttäuschen. Im Wesentlichen werden wir uns darauf beschränken, den Unterschied zwischen Brutto–Cashflows und freien Cashflows herauszuarbeiten.

Es ist einigermaßen klar, wovon die Rede ist, wenn bei der Unternehmensbewertung von Steuern gesprochen wird. Der Gesetzgeber lässt keinen Zweifel daran, welche Zahlungen an den Staat Steuern darstellen. Ferner ist jedem, der mit Unternehmensbewertung zu tun hat, bewusst, dass insbesondere an die gewinnabhängigen Steuern zu denken ist. Schließlich weiß jeder Bewerter, dass es solche Steuern sowohl auf Unternehmensebene als auch auf der privaten Ebene der Unternehmenseigner gibt. In Deutschland ist beispielsweise auf Unternehmensebene an die Körperschaft– und die Gewerbesteuer zu denken, auf der Gesellschafterebene an die Einkommensteuer. Dieses Buch wendet sich aber nicht an Leser, die an Details über ein bestimmtes nationales Steuersystem interessiert sind. Deswegen haben wir nicht vor, das britische, das deutsche oder das US–amerikanische Steuersystem im Einzelnen vorzustellen. Vielmehr werden wir unseren Überlegungen ein stilisiertes Steuersystem zugrunde legen. Auch in diesem Punkt mögen einige Leser andere Erwartungen haben.

Ziemlich unscharf bleibt im Regelfall, was bei der Unternehmensbewertung mit Kapitalkosten gemeint ist. Wer die einschlägige Literatur zu Rate zieht, findet jedenfalls nach unserer Meinung keine wirklich klare Definition des Begriffs. Das zwingt uns zu einer verhältnismäßig intensiven Auseinandersetzung mit der Frage, was Kapitalkosten sind.

Im Folgenden werden wir auf Cashflows, Steuern und Kapitalkosten genauer eingehen.

1.1.1 Cashflows

Um ein DCF–Verfahren anwenden zu können, muss der Unternehmensbewerter die Cashflows schätzen, die das Unternehmen in der Zukunft abwerfen wird. Das führt auf zwei Probleme, die man gut voneinander trennen kann. Zum einen geht es um die Frage, was eigentlich zu schätzen ist (“Was sind Cashflows?”), zum anderen um die Frage, wie man diese Größen denn schätzen soll (“Wie schätzt man künftige Cashflows?”). Bei der ersten Frage handelt es sich um eine Definitionsaufgabe, bei der zweiten um ein Prognoseproblem. Wir konzentrieren uns auf das erste Thema.

Brutto–Cashflow Unter Brutto–Cashflow verstehen wir Zahlungsüberschüsse, die mit der regelmäßigen Geschäftstätigkeit erwirtschaftet werden. Man kann sie entweder an die Kapitalgeber auszahlen oder im Unternehmen behalten, also Investitionen realisieren. Da es zwei Klassen von Kapitalgebern gibt, nämlich Eigentümer und Gläubiger, handelt es sich bei den Zahlungen an die Finanziers entweder um Zinsen und Tilgungsleistungen oder um Dividenden und Kapitalherabsetzungen, siehe Tabelle 1.1. Im Fall, dass Steuern vom Brutto–Cashflow noch nicht abgezogen sind, sprechen wir vom Brutto–Cashflow vor Steuern.

Wer den Brutto–Cashflow eines real existierenden Unternehmens für ein bereits abgelaufenes Geschäftsjahr zu ermitteln hat, greift im Regelfall auf Jahresabschlüsse dieses Unternehmens zurück. Er studiert Bilanzen, Gewinn– und Verlustrechnungen und – eventuell auch – Cashflow–Statements. Wie man dabei im Einzelnen vorzugehen hat, hängt stark davon ab, nach welchen Rechtsvorschriften die Jahresabschlüsse angefertigt worden sind und wie die Manager des Unternehmens die hier existierenden Gestaltungsrechte genutzt haben. Es macht große Unterschiede, ob wir eine deutsche Kapitalgesellschaft vor uns haben, die einen Abschluss nach dem Gesamtkostenverfahren vorlegt und dabei den IAS (International Accounting Standards) folgt, oder ob es sich um eine US–amerikanische Gesellschaft handelt, die nach dem Umsatzkostenverfahren abschließt und US–GAAP (General Accepted Accounting Principles) beachtet. Man kann keine einheitliche Vorgehensweise beschreiben, wenn für beide Unternehmen der Brutto–Cashflow des vergangenen Geschäftsjahres berechnet werden soll. Damit wollen wir rechtfertigen, dass wir über die Ermittlung von Brutto–Cashflows hier nichts weiter sagen.

Freier Cashflow Unternehmen müssen kontinuierlich investieren, wenn sie am Wettbewerb teilnehmen wollen. Man pflegt diese Investitionen in Erweiterungs– und Erhaltungsinvestitionen zu untergliedern. Erweiterungsinvestitionen dienen einer Ausweitung der Kapazitäten und sind unverzichtbar, wenn das Unternehmen wachsen soll. Die Erhaltungsinvestitionen dienen dagegen der Aufrechterhaltung des status quo. Man pflegt sie daher typischerweise in Höhe der Abschreibungen anzusetzen. Wir gehen davon aus, dass das zu bewertende Unternehmen in jeder Periode Investitionen zu realisieren gedenkt. Vernünftigerweise sind das nur Investitionsprojekte, die unter ökonomischem Blickwinkel attraktiv sind. Die Differenz zwischen Brutto–Cashflow nach Steuern und Investitionsbetrag bezeichnen wir als den freien Cashflow des Unternehmens. Dieser Betrag kann an die Kapitalgeber des Unternehmens verteilt werden. Bei den Kapitalgebern handelt es sich einerseits um die Eigentümer und andererseits um die Kreditgeber.

	Brutto–Cashflow vor Steuern
–	Auszahlungen für Investitionen
=	freier Cashflow vor Steuern
–	Steuern
=	freier Cashflow
–	Auszahlungen an Gläubiger (Zinsen, Tilgung)
–	Auszahlungen an Eigentümer (Dividende, Kapitalherabsetzung)
=	null

Tabelle 1.1: Freier und Brutto–Cashflow

Prognose von Cashflows Der praktisch tätige Unternehmensbewerter muss einen erheblichen Teil seiner kostbaren Zeit auf die Prognose zukünftiger Cashflows verwenden, denn es kommt nicht auf historische Zahlungsüberschüsse an, sondern auf Cashflows, die das zu bewertende Unternehmen in der vor ihm liegenden Zeit abwerfen wird. Arbeiten theoretischer Ökonomen sind bei dieser wichtigen Tätigkeit im Allgemeinen nur von begrenztem Nutzen. Wir werden in diesem Buch gar nichts darüber sagen.

1.1.2 Steuern

Ertrag–, Substanz– und Verkehrsteuern Unter wirklichkeitsnahen Umständen hat es ein Unternehmen nicht nur mit einer einzigen Steuerart zu tun. Wir unterscheiden gewöhnlich zwischen *Ertragsteuern* (zum Beispiel Einkommensteuer), *Substanzsteuern* (zum Beispiel Grundsteuer) und *Verkehrsteuern* (beispielsweise Umsatzsteuer und viele weitere). Für die Zwecke, die wir in diesem Buch verfolgen, spielen die Verkehrsteuern keine nennenswerte Rolle.[1] Auch mit Substanzsteuern pflegt man sich im Rahmen der Literatur zur Unternehmensbewertung nicht besonders intensiv auseinander zu setzen. Wir folgen dieser Konvention und konzentrieren uns im Weiteren ganz auf Ertragsteuern.

Unternehmens– und Personensteuern Ertragsteuern werden sowohl auf der Ebene der Gesellschaft als auch auf der Ebene der Gesellschafter erhoben. Wir werden im ersten Fall von

[1] Sie stellen einfach eine Komponente der Cashflows dar und interessieren sonst nicht weiter.

Unternehmenssteuern, im zweiten Fall von Personensteuern sprechen. In den USA ist bei den Unternehmenssteuern an die Körperschaftsteuer zu denken; auf Gesellschafterebene fällt darüber hinaus Einkommensteuer (auf Bundes– und lokaler Ebene) an.

Unsere Leser dürfen nicht erwarten, dass wir auf Details des amerikanischen oder eines anderen nationalen Steuersystems eingehen. Wir haben nicht vor, die Besonderheiten nationaler Steuerrechte mit ihren unüberschaubaren Einzelheiten in diesem Buch zu behandeln. Dafür haben wir zwei Gründe. Zum einen unterliegen nationale Steuergesetze ständigen Änderungen. Jede solche Veränderung würde eine Neuauflage des Buches erforderlich machen. Uns geht es aber hier um eine allgemeine Theorie, die in der Lage ist, mit den prinzipiellen Eigenschaften des Steuerrechts umzugehen. Zum anderen sind die DCF–Verfahren Bewertungstechniken, die in vielen Ländern der Welt angewandt werden. Wir müssten daher nicht nur ein einziges Steuerrecht, sondern die Steuergesetze aller wichtigen Industrienationen behandeln. Dies aber würde den gewünschten Umfang des Buches sprengen.

Wer den Wert eines Unternehmens mit dem Grenzpreis aus der Sicht einer natürlichen Person identifiziert, dem bleibt nichts anderes übrig, als sowohl Unternehmens– als auch Personensteuern zu berücksichtigen.[2] Wir werden – womöglich zum fortschreitenden Missvergnügen unserer Leser – auch diesen Grundsatz verletzen und uns ausschließlich auf Unternehmenssteuern beschränken. Hierfür haben wir keinen anderen Grund als die Tatsache, dass wir kein hinreichend verlässliches Fundament unter den Füßen haben, um den an sich gebotenen Weg der Berücksichtigung von Personensteuern zu beschreiten. Wir sind ferner davon überzeugt, dass es schwierig genug ist, die Unternehmenssteuer theoretisch korrekt in die Bewertungsgleichungen einzubeziehen. Aus diesem Grunde bitten wir um Nachsicht, wenn wir Überlegungen zu den Personensteuern ausblenden.

Merkmale einer Steuer Um eine Steuer genauer zu kennzeichnen, ist es hilfreich, sich mit drei Eigenschaften zu beschäftigen, die bei jeder Steuerart beobachten werden können. So interessiert zunächst die Frage, wer die Steuer zahlen muss: dies ist das Steuersubjekt. Die Bemessungsgrundlage bringt zum Ausdruck, wie der Gegenstand der Besteuerung quantifiziert wird. Und schließlich beschreibt der Steuertarif den funktionalen Zusammenhang zwischen der Steuerschuld und der Bemessungsgrundlage. Wir charakterisieren die Unternehmenssteuer im Folgenden hinsichtlich der genannten drei Merkmale.

Steuersubjekt und –objekt Das Steuersubjekt beschreibt, wer die Steuer ökonomisch zu tragen hat. Das ist in unserem Fall das zu bewertende Unternehmen. Gegenstand der Besteuerung, das Steuerobjekt, ist die gewerbliche Tätigkeit des Unternehmens.

Der Eigentümer des Unternehmens (der Investor) unterliegt annahmegemäß keiner Steuerpflicht. Alle seine Geschäfte – auch seine Engagements am Kapitalmarkt – bleiben unbesteuert.

Bemessungsgrundlage Gegenstand der Besteuerung sind die Erwerbsaktivitäten des Unternehmens. Die Steuer bemisst sich nach einer Größe, die man landläufig als Gewinn bezeichnet. Denkt man an die amerikanische Körperschaftsteuer, so stellt man sich darunter zweckmäßigerweise den Steuerbilanzgewinn vor. Hat man dagegen die deutsche Gewerbesteuer im

[2] In Deutschland entspricht das der Sichtweise des Berufsstandes der Wirtschaftsprüfer, siehe *Institut der Wirtschaftsprüfer in Deutschland* (2000).

Auge, so ist der so genannte Gewerbeertrag die Bemessungsgrundlage.

Steuertarif Wendet man den Steuertarif auf die Bemessungsgrundlage an, so ergibt sich die Steuerschuld. Praktisch beobachtet man lineare und nicht–lineare Tariffunktionen. Wir werden mit einem linearen Steuertarif arbeiten und weder Freibeträge noch Freigrenzen berücksichtigen. Die Steuerschuld wird ermittelt, indem die Bemessungsgrundlage mit einem Steuersatz multipliziert wird, von dem wir annehmen, dass er von der Bemessungsgrundlage unabhängig ist.

Darüberhinaus werden wir annehmen, dass der Steuersatz im Bewertungszeitpunkt bekannt und absolut unveränderlich ist! Das ist eine sehr weitgehende Annahme, und wir sind uns der daraus folgenden Beschränkung durchaus bewusst. Unseres Erachtens sind unsichere Steuersätze in der Literatur bisher aber nur sehr vereinzelt und bei den DCF–Verfahren bis heute überhaupt nicht diskutiert worden. Hier besteht zwischen Theorie und Praxis eine erhebliche Lücke, die wir mit diesem Buch nicht werden schließen können. Der praxisorientierte Leser wird unsere Vorgehensweise für sehr realitätsfremd halten. Wir werden im vorliegenden Buch später viel über sichere und unsichere Steuervorteile sprechen. Wenn wir dies hier ankündigen und später auch verwirklichen, so dürfte der Praktiker nicht zu Unrecht die wichtigste Quelle der Unsicherheit in künftigen unbekannten Steuertarifen vermuten. Trotzdem schließen alle uns bekannten DCF–Verfahren gerade diese Quelle der Unsicherheit bereits im Vorfeld aus. Wir haben hier noch ein weites Forschungsfeld vor uns.

1.1.3 Kapitalkosten

Ob die Leser dieses Buches an einer sauberen Kapitalkostendefinition besonderes Interesse haben, wissen wir nicht. Unserer Überzeugung nach ist sie für eine theoretische Auseinandersetzung mit den DCF–Verfahren von erheblicher Bedeutung. Wir würden uns freuen, wenn unsere Leser hierfür Verständnis hätten oder ein solches Verständnis bei der Lektüre dieses Buches wenigstens entwickeln.

Erwartete Renditen und Diskontierungssätze Um einen ersten Begriff von den Kapitalkosten zu gewinnen, werfen wir einen Blick in die Lehrbücher. Oft ist davon die Rede, dass Kapitalkosten erwartete Renditen sind. So nutzen beispielsweise *Copeland und Weston* (1988, p. 401) den Ausdruck “rate of return” statt “cost of capital”, um die Bewertungsgleichung für ein Unternehmen vorzustellen. *Brealey und Myers* (2000, p. 20) schreiben explizit, dass “the cost of capital ...is the expected rate of return demanded by investors in common stocks or other securities subject to the same risks as the project”. Auch *de Matos* (2001, p. 43) erklärt, dass es sich bei Kapitalkosten um erwartete Renditen handeln soll. Diese Version des Begriffs der Kapitalkosten wird all jenen Wissenschaftlern zusagen, die mit empirischen Daten arbeiten. In allen uns bekannten empirischen Untersuchungen werden jedenfalls immer Renditen ermittelt, wenn Kapitalkosten berechnet werden sollen.[3]

Wir finden in der Literatur jedoch auch einen hiermit nicht notwendigerweise übereinstimmenden Vorschlag, den Begriff der Kapitalkosten mit Leben zu füllen. Dabei geht es um die Idee, dass sich Kapitalkosten als Diskontierungssätze für zukünftige Cashflows eignen

[3] Empirische Arbeiten nutzen im Regelfall die Ex-post-Version des CAPM, und dort sind Kapitalkosten bereits per Definition Renditen.

sollen. Beispielsweise sprechen *Brealey und Myers* (2000, p. 564) von den adjusted cost of capital als denjenigen Größen, mit denen Cashflows zu diskontieren sind. Eine entsprechende Bemerkung gibt es beispielsweise auch bei *Miles und Ezzell* (1980, p. 722), wo es heißt, dass "at any time k, ρ is the appropriate rate for discounting the time i expected unlevered cash flow in period j where ρ is referred to as the unlevered cost of capital".

Es empfiehlt sich nicht, erwartete Renditen und Diskontierungssätze ohne weiteres gleichzusetzen. Diese Warnung leuchtet einem kritischen Leser nicht ohne weiteres ein. Das wird sich aber sofort ändern.

Kapitalkosten unter Sicherheit Um unsere Überlegungen leicht verständlich zu machen, blenden wir für einen Moment jegliche Unsicherheit aus. Das zu bewertende Unternehmen verspricht in der Zukunft sichere freie Cashflows, die wir mit $FCF_1, FCF_2, \ldots$ bezeichnen wollen. Ein erstes Verständnis vom Begriff der Kapitalkosten gewinnen wir, wenn wir danach fragen, welche Funktion die Kapitalkosten erfüllen sollen. Sie dienen der Ermittlung von Unternehmenswerten. Zu diesem Zweck diskontiert man die sicheren Cashflows mit den (eventuell zeitabhängigen) Kapitalkosten. Eine Bewertungsgleichung sähe dann beispielsweise wie folgt aus:

$$V_0 = \frac{FCF_1}{1+k_0} + \frac{FCF_2}{(1+k_0)(1+k_1)} + \frac{FCF_3}{(1+k_0)(1+k_1)(1+k_2)} + \ldots, \tag{1.1}$$

wobei $k_0, k_1, \ldots$ die Kapitalkosten der nullten, ersten und aller weiteren Perioden bezeichnen.

Gleichung (1.1) hat die angenehme Eigenschaft, unter gewissen Bedingungen auch in späteren Zeitpunkten anwendbar zu sein. Dazu müssen wir nur unterstellen, dass im Zeitpunkt $t = 1$ die Diskontierung einer in $t = 2$ anfallenden Geldeinheit wieder mit dem Faktor $(1+k_1)$, die Diskontierung einer in $t = 3$ anfallenden Geldeinheit wieder mit dem Faktor $(1+k_1)(1+k_2)$ usw. erfolgen kann. Wir könnten in diesem Zusammenhang von "konstanten Kapitalkosten" sprechen, wenngleich diese Bezeichnung eher die Vorstellung auslöst, dass $k_1 = k_2 = \ldots$ gilt. Daher sprechen wir hier lieber von "zeitlich unveränderlichen Kapitalkosten". In einem solchen Fall können wir für jeden Bewertungszeitpunkt $t \geq 0$ auch die Darstellung

$$V_t = \frac{FCF_{t+1}}{1+k_t} + \frac{FCF_{t+2}}{(1+k_t)(1+k_{t+1})} + \frac{FCF_{t+3}}{(1+k_t)(1+k_{t+1})(1+k_{t+2})} + \ldots \tag{1.2}$$

verwenden. Wir werden im Verlauf des Buches sehen, dass wir mehrfach eine Gleichung für den zukünftigen Wert des Unternehmens V_t benötigen. Und unter der gerade erwähnten Annahme erhält man offensichtlich eine Rechenvorschrift, aus der sich solche zukünftigen Unternehmenswerte ergeben.

Man könnte einwenden, dass die Voraussetzung unveränderlicher Kapitalkosten eine zu starke Einschränkung des Modells sei. Schließlich verbessere sich der Informationsstand mit fortschreitender Zeit und man könne deswegen nicht davon ausgehen, dass die Kapitalkosten immer unveränderlich blieben. In einer sicheren Welt, die wir hier gerade betrachten, greift dieser Einwand natürlich nicht. Inwieweit die Annahme unter Unsicherheit aufrecht erhalten werden kann, müssen und werden wir allerdings prüfen.

Aus der Gleichung (1.2) lässt sich nun leicht der Zusammenhang

$$k_t =_{\text{Def}} \frac{FCF_{t+1} + V_{t+1}}{V_t} - 1 \tag{1.3}$$

ableiten, die uns die Grundlage für eine präzise Definition der Kapitalkosten als zukünftige Renditen liefert. Der ökonomische Sinn einer solchen Definition erschließt sich am einfachsten, wenn man sich vorstellt, dass ein Investor im Zeitpunkt t ein Wertpapier zum Preise V_t erwirbt. Dieses Wertpapier möge im Zeitpunkt $t+1$ einen Cashflow (eine Dividende) in Höhe von FCF_{t+1} abwerfen und unmittelbar danach zum Preise V_{t+1} wieder verkauft werden. Die Rendite eines solchen Engagements ist dann genau durch die Definition (1.3) gegeben.

Offensichtlich sind die Definition der Kapitalkosten (1.3) und die Verwendung der Bewertungsgleichung (1.2) für alle Zeitpunkte $t = 0, 1, \ldots$ zwei Aussagen, die einander logisch äquivalent sind. Entscheidet man sich dafür, Kapitalkosten als Renditen im Sinne der Definition (1.3) zu verstehen, so folgt daraus sofort der Bewertungsansatz (1.2). Doch auch die Umkehrung ist richtig: Wer vom Bewertungsansatz (1.2) ausgeht, unterstellt, dass die geeigneten Diskontierungsfaktoren gerade die Renditen sind. Wir müssen uns nun natürlich die Frage stellen, wie unsere Definition verallgemeinert werden kann, um diese Schlussfolgerungen auch unter Unsicherheit ziehen zu können.

Kapitalkosten als bedingte erwartete Renditen Wie verallgemeinert man unsere Definition der Kapitalkosten, wenn die Zukunft unsicher ist? Um die Lösung zu erarbeiten, müssen wir formale Symbole einführen. So bezeichnen wir freie Cashflows eines Unternehmens im Zeitpunkt t jetzt mit $\widetilde{FCF}_t$ und den Marktwert des Unternehmens im selben Zeitpunkt mit $\widetilde{V}_t$. Beide Größen sind unsicher und werden daher mit einer Tilde versehen. Wir werden an dieser Stelle unseres Buches mit den Begriffen relativ salopp umgehen. Später werden wir noch präzisere Definitionen geben. Zunächst kommt es uns nur darauf an, prinzipielles Verständnis für unsere Vorgehensweise zu wecken.

Wir versetzen uns in den Zeitpunkt $t > 0$, die im Zeitpunkt t voraussichtlich vorhandene Information bezeichnen wir im Folgenden mit $\mathcal{F}_t$. Der Investor macht sich über die Rendite Gedanken, die ein Bewerter in diesem Zeitpunkt erwarten kann. Dazu setzt er den Rückfluss eine Periode später in das Verhältnis zum Kapitaleinsatz. Wenn er dies ausgehend von der Information im Zeitpunkt t tut, so ist für ihn der Kapitaleinsatz $\widetilde{V}_t$ eine sichere Größe. Er kann nun mit dem Kapitaleinsatz wie mit einer sicheren Größe umgehen – vorausgesetzt, er unterstellt immer die Informationsverhältnisse im Zeitpunkt t. Der Investor wägt nun die bedingte Erwartung des Rückflusses in $t+1$ (für die wir im Folgenden $\mathrm{E}[\cdot|\mathcal{F}_t]$ schreiben[4]) gegen den Kapitaleinsatz $\widetilde{V}_t$ ab. Durch dieses Verständnis des Begriffes Kapitalkosten wird eine Herleitung der Bewertungsgleichung analog zu (1.1) möglich. Wir werden im nächsten Abschnitt zeigen, dass sich für eine gehaltvolle Definition der Kapitalkosten der Ausdruck

$$k := \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1} + \widetilde{V}_{t+1}|\mathcal{F}_t\right]}{\widetilde{V}_t} - 1 \tag{1.4}$$

eignet.

Bevor wir fortfahren, müssen wir jedoch festhalten, dass unsere Kapitalkostendefinition einen möglichen Nachteil besitzt. Dazu betrachten wir Zähler und Nenner getrennt. Im Zähler der Gleichung (1.4) stehen Erwartungswerte von Zahlungen im Zeitpunkt $t+1$ unter der Bedingung, dass der Bewerter den Informationsstand des Zeitpunktes t besitzt. Man kann nicht einfach davon ausgehen, dass diese Erwartungswerte sichere Größen sind. Es liegt viel

[4] In Abschnitt 1.3 werden wir diesen Begriff formal präzise einführen und genauer erklären.

näher, dass diese bedingten Erwartungswerte im Zeitpunkt t unsicher sind, also Zufallsvariablen darstellen. Dividiert man diese Zufallsvariablen nun durch eine Größe $\widetilde{V}_t$, so ergibt sich wieder eine Zufallsvariable, gleichgültig ob nun $\widetilde{V}_t$ sicher oder unsicher ist. Das aber bedeutet, dass die so definierten Kapitalkosten selbst Zufallsvariablen sind. Zukünftig erwartete Renditen von Aktien wie auch von Anleihen sind nun einmal unsicher, und das ist wohl auch für den Praktiker eine Tatsache ohne großes Überraschungsmoment. Leider kann man mit Größen, deren Realisation man im Zeitpunkt $t = 0$ nicht kennt, heute nicht diskontieren. Wir haben damit eine Kapitalkostendefinition vor uns, die sich für den hier verfolgten Zweck möglicherweise nicht eignet!

Deterministische Kapitalkosten Aus dieser Zwickmühle kommen wir nur heraus, wenn wir eine heroische Annahme treffen, die besagt, dass die von uns in Gleichung (1.4) definierten Kapitalkosten sichere Größen sein *sollen*. Wir setzen schlicht und einfach voraus, die Kapitalkosten seien sicher, und werden später zeigen, dass sie dann auch geeignete Diskontierungssätze sind. Mit anderen Worten: wer Kapitalkosten als bedingte erwartete Renditen auffasst und annimmt, dass diese sichere Größen sind, darf sie auch als Diskontierungssätze verwenden.

Kritische Zeitgenossen mögen an dieser Stelle einwenden, dass die Kenntnis zukünftiger erwarteter Renditen in der Unternehmensbewertung eine allzu heroische Annahme darstellt, die im wirklichen Leben eigentlich nicht erfüllt ist. Darauf können wir nur antworten, dass es sich tatsächlich um eine sehr starke Annahme handelt. Nur: ohne diese Annahme kann sich niemand, auch unser Kritiker nicht, eine Bewertungsgleichung analog zu (1.1) beweisen können. Insofern ist die Annahme zugegebenermaßen heroisch, aber für eine Theorie der Unternehmensbewertung auch völlig unverzichtbar. Wer sie prinzipiell ablehnt, muss auch darauf verzichten, Marktwerte von Unternehmen mittels eines DCF–Verfahrens zu bestimmen. Wir haben hier bedauerlicherweise keine andere Wahl.

Der aufmerksame Leser wird sich noch des Einwandes aus dem vorigen Abschnitt erinnern. Wir hatten bemerkt, dass mit fortschreitender Zeit immer klüger werden. Wenn wir bereits im Zeitpunkt $t = 0$ unterstellen, dass die Kapitalkosten sicher sind, so haben wir eine sehr extreme Form des Erkenntnisgewinns vorausgesetzt. Alles, was jemals über Kapitalkosten in Erfahrung gebracht werden kann, ist bereits heute bekannt. Wir wiederholen an dieser Stelle die Aussage, dass ohne die Annahme sicherer Kapitalkosten kein Staat zu machen ist.

Andere Definitionsversuche Mit aller Deutlichkeit möchten wir darauf aufmerksam machen, dass unsere Definition der Kapitalkosten nicht durch einen naiveren Versuch vereinfacht werden kann. Auf den ersten Blick scheint nichts dagegen zu sprechen, etwa an Gleichung (1.3) anzuknüpfen und die Tatsache, dass wir es jetzt mit Unsicherheit zu tun haben, durch einen (unbedingten) Erwartungswert zu berücksichtigen: Die Kapitalkosten wären dann durch den Ausdruck

$$k \stackrel{?}{=} \mathrm{E}\left[\frac{\widetilde{FCF}_{t+1} + \widetilde{V}_{t+1}}{\widetilde{V}_t} - 1\right]$$

beschrieben.

Als Wissenschaftler hat man die Freiheit, seine Begriffe so zu wählen, wie man will. Kapitalkostendefinitionen können weder falsch noch richtig sein. Sie sind allenfalls zweckmäßig oder unzweckmäßig. Und unzweckmäßig ist die vorstehende Definition allemal. Sie erlaubt es nämlich nicht, daraus die Gleichung

$$V_0 = \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_1\right]}{1+k} + \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_2\right]}{(1+k)^2} + \dots$$

zu gewinnen, weil sich $\widetilde{V}_t$ schlicht nicht aus dem Erwartungswert herausziehen lässt! Eine solche Kapitalkostendefinition wäre für den Unternehmensbewerter vollkommen nutzlos. Verwendet er sie trotzdem, um erwartete Cashflows zu diskontieren, so ergibt sich irgendeine Zahl, aber allenfalls zufällig der Unternehmenswert.

Auch ein etwas raffinierteres Vorgehen wie in der Gleichung

$$k \overset{?}{=} \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1} + \widetilde{V}_{t+1}\right]}{\mathrm{E}[\widetilde{V}_t]} - 1$$

führt nicht zu Ergebnissen, mit denen wir uns zufrieden geben können. Zwar lässt sich diese Gleichung ohne weiteres zu der wichtigen Relation

$$V_0 = \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_1\right]}{1+k} + \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_2\right]}{(1+k)^2} + \dots$$

umstellen. Wir hatten aber mit unserer Kapitalkostendefinition mehr vor. Uns ging es nicht nur um eine Rechenvorschrift, die die Ermittlung des heutigen Unternehmenswertes erlaubt. Vielmehr sollte es auch möglich sein, zukünftige Unternehmenswerte zu bestimmen. Während nun die Berechnung von V_0 mit dieser Kapitalkostendefinition gelingt, können wir jedoch aus der Definition keine Gleichung der Form

$$\widetilde{V}_t = \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1}|\mathcal{F}_t\right]}{1+k} + \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+2}|\mathcal{F}_t\right]}{(1+k)^2} + \dots$$

gewinnen, da die Kapitalkosten immer unbedingte Erwartungswerte darstellen. Auch diese Kapitalkostendefinition erweist sich für unsere Zwecke als unzweckmäßig.

Wir fassen zusammen: Bei den DCF–Verfahren werden Kapitalkosten vernünftigerweise als bedingte erwartete Renditen aufgefasst. Diese Idee wird der rote Faden unserer Darstellung sein.

1.2 Das Modell

Jede Theorie der Unternehmensbewertung beruht auf einem Modell. Ein solches Modell besitzt bestimmte Eigenschaften, die wir im Folgenden beschreiben wollen. Wir beginnen mit der wenig überraschenden Mitteilung, dass die Zukunft unsicher ist. Um die Grundidee der DCF–Verfahren zu veranschaulichen, verwenden wir eine Analogie aus der Landwirtschaft: Eine Kuh ist soviel Wert wie die Milch, die sie geben wird. Für Unternehmen und ihren Marktwert bedeutet das: Der Marktwert eines Unternehmens orientiert sich an den zukünftigen Zahlungsüberschüssen. Akzeptiert man diese Idee, stellt sich die Frage, wie lange Unternehmen leben.

1.2.1 Zeit

Lebensdauer Solange man nichts Gegenteiliges weiß, wird man nicht falsch liegen, wenn man annimmt, dass das Unternehmen noch mehr als ein Jahr vor sich hat. Sehr hilfreich ist solch eine vage Vermutung kaum. In der Regel wird man davon ausgehen können, dass Unternehmen auf Dauer angelegt sind, und die meisten Investoren, die sich mit dem Kauf von Unternehmen auseinandersetzen und zu diesem Zweck auf Verfahren der Unternehmensbewertung zurückgreifen, haben auch einen Anlagehorizont, der deutlich über ein Jahr hinausgeht. Wir drehen uns jedoch im Kreis, denn ob man nun annimmt, dass Unternehmen länger als ein Jahr leben, oder davon ausgeht, dass sie bis “auf weiteres” aktiv sind, beides ist reichlich unklar.

Um das Thema zuzuspitzen, stellen wir daher die Frage, ob im Rahmen der Unternehmensbewertung unterstellt werden soll, dass Unternehmen eine endliche Lebensdauer haben oder ewig tätig sind. Auf den ersten Blick scheint es ziemlich abwegig zu sein, mit der Vorstellung zu arbeiten, dass Unternehmen unendlich lange leben.

Trotzdem gibt es vorzeigbare Argumente für die Fiktion vom ewig lebenden Unternehmen. Wer ein Unternehmen bewerten will, das nur eine begrenzte Lebensdauer besitzt, muss sich festlegen, wann denn Schluss sein soll. Eine genaue Antwort dürfte (von sehr wenigen Ausnahmefällen abgesehen) unmöglich sein. Zudem wird am letzten Tag der Unternehmensgeschichte ein Restwert an die Eigentümer ausgeschüttet. Wollte man die Frage beantworten, wie denn der Restwert des Unternehmens zu bestimmen sei, so müsste man auf die nachfolgend zu erzielenden Zahlungen zurückgreifen – das allerdings passt nun nicht mehr zu der Annahme, dass bereits jetzt die Welt zu Ende sei. Daher dürfte eine genaue Berechnung über die Höhe des Restwertes ebenfalls misslingen. Wenn man nun zeigen kann, dass es für den Wert des Unternehmens keinen nennenswerten Unterschied ausmacht, ob man nun eine Lebensdauer von beispielsweise 30 Jahren unterstellt oder davon ausgeht, dass das Unternehmen unaufhörlich aktiv ist, dann ist die Fiktion vom ewig lebenden Unternehmen zwar objektiv falsch, lässt sich aber mit dem Argument der praktischen Bequemlichkeit trotzdem rechtfertigen.[5]

Wir wollen uns mit unseren Lesern dahingehend verständigen, dass wir von einem mehrperiodigen Anlagehorizont ausgehen und noch nicht endgültig festlegen, ob dieser Horizont im Endlichen oder im Unendlichen liegt. Dann allerdings, wenn unsere Theorie praktisch angewandt werden soll, werden wir einen unendlichen Planungshorizont vorschlagen.

Transversalität Wir gehen in jedem Fall von der Annahme aus, dass der Wert des Unternehmens gegen null geht, wenn man sich dem Ende des Unternehmens nähert. Das ist im Fall eines Unternehmens mit endlicher Lebensdauer eine ganz naheliegende, wenn nicht sogar triviale Aussage. Jenseits des Zeitpunktes T fließen keine Cashflows mehr, weswegen der Unternehmenswert verschwinden muss. Wir brauchen eine analoge Eigenschaft des Unternehmenswerts aber auch dann, wenn wir ein Unternehmen mit unendlicher Lebensdauer zugrunde legen. Allerdings werden wir nicht voraussetzen können, dass der Unternehmenswert gegen null geht. Schon im Fall der ewigen Rente, bei dem der Unternehmenswert zeitlich konstant bleibt, wäre dies eine zu starke Einschränkung. Es genügt ein nicht allzu starkes

[5] Unterstellt man gleich bleibende Cashflows und Kapitalkosten in Höhe von 10 %, so erklären die ersten 30 Jahre nahezu 95 % des gesamten Unternehmenswerts.

Wachstum des erwarteten Unternehmenswertes in der Zukunft,

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\mathrm{E}[\widetilde{V}_t]}{(1+k)^t} = 0,$$

wobei k die Kapitalkosten des Unternehmens sind. Da der Fall der unendlichen Lebensdauer eher einer Fiktion als einer realitätsnahen Voraussetzung entspricht, handelt es sich unserer Überzeugung nach um eine "technische Annahme". Will man sie nicht akzeptieren, so besteht die Gefahr, dass man sich in ernsthafte Widersprüche verstrickt.[6] Im Zusammenhang mit praktischen Anwendungen dürfte unsere Voraussetzung unproblematisch sein. In der formal orientierten Literatur spricht man, wenn der diskontierte Unternehmenswert mit fortschreitender Zeit gegen null geht, von so genannter "Transversalität".

Stetige oder diskrete Zeit Wir haben uns jetzt darauf festgelegt, dass wir das zu bewertende Unternehmen über einen Zeitraum von mehreren Perioden beobachten werden. Soll unser Modell nun aber *zeitstetig* oder *zeitdiskret* sein?

Um den Unterschied zwischen beiden Modellklassen klar werden zu lassen, betrachten wir ein Unternehmen mit einer endlichen Lebensdauer von T Jahren. Verwenden wir ein Zeitraster, in dem es nur die Zeitpunkte $t = 0$ (heute), $t = 1$ (heute in einem Jahr), ..., $t = T$ (heute in T Jahren) gibt, so ist der Modellrahmen diskret. Selbstverständlich könnten wir jedes Jahr in Quartale, Monate, Wochen oder gar Tage unterteilen. Im letzten Fall würden wir den Zeitindex t von 0 bis $365\,T$ laufen lassen und hätten immer noch ein diskretes Modell vor uns, denn die Zahl der Tage wäre abzählbar. Je feiner wir die Zeiteinteilung wählen, um so mehr Subperioden gibt es in jedem Jahr. Aber erst dann, wenn wir die Zahl der jährlichen Subperioden über alle Grenzen wachsen ließen, so dass die Zahl der Zeitintervalle nicht mehr abgezählt werden könnte, hätten wir ein zeitstetiges Modell vor uns.

Nachdem wir eine hinreichende Vorstellung davon gewonnen haben, wo der Unterschied zwischen zeitdiskreten und zeitstetigen Modellen liegt, kehren wir wieder zu der Frage zurück, für welchen der beiden Modelltypen wir uns entscheiden sollen. Dabei stellen wir zunächst fest, dass wir gar keinen Maßstab besitzen, mit dem die Vor– und Nachteile des einen oder anderen Typs ermittelt werden könnten.

Man könnte auf die Idee verfallen, dass die stetige Modellierung deswegen unzweckmäßig sei, weil weder die Kuh kontinuierlich gemolken werden kann noch ein Unternehmen ununterbrochen Dividenden zahlt. Stattdessen beobachten wir, dass die Kuh einmal am Tag gemolken wird und beispielsweise deutsche Kapitalgesellschaften einmal im Jahr Dividende ausschütten. Jedoch lassen sich solche intermittierenden Ereignisse sowohl in einem zeitstetigen als auch in einem zeitdiskreten Modell erfassen. Wir müssen eine andere Überlegung anstellen.

In der modernen Finanzierungsliteratur haben die zeitstetigen Modelle einen bemerkenswerten Boom erlebt. Sie sind viel populärer als diskrete Modelle. Allerdings sind die in stetigen Modellen erforderlichen mathematischen Werkzeuge ungleich anspruchsvoller als jene, welche man in zeitdiskreten Modellen anwenden kann. Neue ökonomische Erkenntnisse gewinnt man in der Unternehmensbewertung nach unserer Erfahrung durch die Annahme einer zeitstetigen Welt nicht. Wir verwenden in diesem Buch stets einen zeitdiskreten Modellrahmen. Das hat einzig und allein pragmatische Gründe.

[6] *Kruschwitz und Löffler* (1998).

Wir unterscheiden den heutigen Zeitpunkt $t = 0$ (Gegenwart) von der Zukunft $t = 1, 2 \ldots, T$, wobei der Endzeitpunkt T von heute aus gesehen unendlich weit entfernt sein kann oder auch nicht. Die Länge eines Zeitintervalles hängt von der Situation ab, in der unser Modell angewandt werden soll. Typischerweise handelt es sich um Intervalle von einem Jahr.

1.2.2 Unsicherheit

Die Zukunft ist unsicher. Was heißt das? Für die vom Bewerter analysierten Variablen bedeutet es, dass er ihre Realisationen heute noch nicht kennt. Er weiß nicht, wie viel Liter Milch die Kuh morgen geben wird. Er kann nicht genau sagen, wie hoch der Cashflow des zu bewertenden Unternehmens in drei Jahren sein wird. Statt dessen bestehen mehrere Möglichkeiten. Wir sprechen auch davon, dass die Welt unterschiedliche Zustände annehmen kann, die die Höhe der Cashflows beeinflussen. Formal werden wir die Unsicherheit in Bezug auf den Cashflow dadurch beschreiben, dass wir sein Symbol mit einer Tilde versehen,

$$\widetilde{FCF}_3 .$$

Diese Darstellung lässt uns darüber im Unklaren, wovon die interessierende Variable abhängt. Tatsächlich ist es so, dass wir in Zukunft verschiedene *Umweltzustände* für denkbar halten. Derartige Zustände der Welt könnten beispielsweise durch Marktanteile eines Produktes oder Arbeitslosenquoten oder andere Variablen beschrieben werden. Der Cashflow hinge dann von einer wie auch immer definierten *Zustandsvariablen* ab, die üblicherweise mit dem Symbol ω bezeichnet wird,

$$\widetilde{FCF}_3(\omega) .$$

Wenn wir diese ausführliche Notation im Folgenden nicht benutzen, sondern uns ausschließlich der einfacheren Schreibweise bedienen, so hat das sowohl theoretische als auch praktische Gründe.

So werden wir in unserer Theorie keinerlei Aussagen darüber machen, ob die Anzahl der möglichen zukünftigen Zustände endlich oder unendlich ist. Vielmehr lassen wir einfach offen, ob der Zustandsraum diskret oder stetig ist. Die formalen Techniken für den Umgang mit stetigen Zustandsräumen sind viel komplizierter als das Instrumentarium, welches für die Analyse diskreter Zustandsräume benötigt wird. Unser Ziel ist es, jeden hiermit verbundenen Aufwand, so gut es geht, zu vermeiden.

Nach unserer Erfahrung verzichtet jeder in der Praxis tätige Unternehmensbewerter darauf, Aussagen über künftige Zustände der Welt zu machen. Stattdessen versucht man in der Praxis, die Erwartungswerte der zu ermittelnden Größen zu bestimmen. So werden etwa erwartete Cashflows oder erwartete Renditen geschätzt, ohne dass ein Rückgriff auf die zustandsabhängigen Größen erfolgt. Warum sollen wir in unserer Theorie dann nicht auch den Versuch machen, diese Details zu umgehen?

Aus den beiden genannten Gründen unterdrücken wir in Zukunft die Abhängigkeit der unsicheren Variablen von den Zuständen der Welt und werden auch die Struktur der Unsicherheit nicht weiter klären.

1.3 Bedingte Erwartungen

Als Bewerter eines Unternehmens befinden wir uns im Zeitpunkt $t = 0$, also in der Gegenwart. Die Unternehmensbewertung findet heute statt, und es ist überflüssig, sich darüber Gedanken zu machen, wie die Vermehrung unserer Kenntnisse über das Bewertungsobjekt im Zeitablauf erfolgen wird. Obwohl wir uns sozusagen nicht aus der Gegenwart fortbewegen, machen wir uns dennoch einige Gedanken darüber, was wir heute wissen und was wir in Zukunft wissen werden. Wir klären jedoch nicht, wie wir unser Wissen vermehren, sondern beschreiben nur, wie mit dem zusätzlichen Wissen umgegangen wird und welche Konsequenzen das für die Bewertung unseres Unternehmens haben wird. Dazu benötigen wir den Begriff der bedingten Erwartung.

1.3.1 Notation

Um uns verständlich zu machen, müssen wir einige mathematische Variablen in die Diskussion einführen. Dabei werden wir die in der heutigen Finanzierungsliteratur übliche Notation verwenden. Der hiermit nicht vertraute Leser wird sich möglicherweise zunächst fragen, warum wir nicht zu einer weniger anstrengenden Schreibweise greifen. Die formale Notation, die wir jetzt vorstellen werden, ist zwar etwas gewöhnungsbedürftig, aber durchaus nicht so kompliziert, dass man wirklich vor ihr zurückschrecken müsste. Sie stellt eine eindeutige und sehr kompakte Schreibweise für Sachverhalte dar, die sich anschaulich beschreiben lassen. Wir bitten daher unsere Leser, die Mühe auf sich zu nehmen, sich unsere Notation sorgfältig anzueignen. Wir versprechen, dass wir uns unsererseits alle Mühe geben werden, die Zusammenhänge so einfach darzustellen, wie sie sind.

Wir befinden uns in der Gegenwart ($t = 0$). Selbstverständlich können wir heute nicht wissen, was wir später wissen werden. Zur Zeit können wir bestenfalls sagen, welchen Informationsstand wir künftig vermutlich besitzen werden. Betrachten Sie zu diesem Zweck Abbildung 1.1. Wir bezeichnen mit $\mathcal{F}_t$ jenen Informationsstand, den wir (nach heutigem Wissen) im Zeitpunkt t vermutlich haben werden. Es handelt sich nicht um den Informationsstand, über den wir im Zeitpunkt t tatsächlich verfügen werden. Wir wissen nichts Genaues darüber, wie sich die Veränderung des Informationsstandes im Einzelnen vollziehen wird, gehen allerdings davon aus, dass wir im Zeitablauf nicht dümmer, sondern klüger werden.

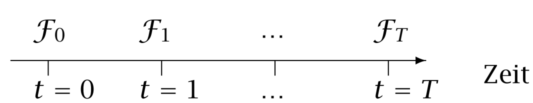

Abbildung 1.1: Voraussichtlicher Informationsstand im Zeitpunkt $t \geq 0$ aus Sicht des Zeitpunktes $t = 0$

Konzentrieren wir uns nun beispielsweise auf den Cashflow, den das zu bewertende Unternehmen im Zeitpunkt $t = 3$ abwerfen wird, also $\widetilde{FCF}_3$. Über diesen unsicheren Cashflow wird der Bewerter im Zeitpunkt $t = 2$ etwas besser Bescheid wissen als im Zeitpunkt $t = 1$. Wenn wir vom erwarteten Cashflow des dritten Jahres sprechen und präzise sein wollen, müssen wir also angeben, von welchem Informationsstand wir gerade ausgehen. Der Ausdruck

$$\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_3|\mathcal{F}_1\right]$$

beschreibt, wie hoch die Erwartungen über den Cashflow des Zeitpunktes $t = 3$ beim heute vermuteten Informationsstand des Zeitpunktes $t = 1$ für einen Bewerter sein werden. Verwendet der Investor sein voraussichtliches Wissen im Zeitpunkt $t = 2$, so wird sich seine Sicht auf den Cashflow des dritten Jahres differenzierter darstellen. Diese differenziertere Sicht wird durch den *bedingten Erwartungswert*

$$\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_3|\mathcal{F}_2\right]$$

beschrieben. Wie ist das zu lesen? Der Ausdruck beschreibt, was der Investor heute über den Cashflow des Zeitpunktes $t = 3$ in zwei Jahren zu wissen glaubt. Sie sehen also, dass die auf den ersten Blick etwas komplizierte Schreibweise uns erlaubt, Sachverhalte sehr kompakt zu notieren, die in verbaler Form nur mühsam dargestellt werden können. Mathematisch ist der Ausdruck

$$\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_t|\mathcal{F}_s\right]$$

die bedingte Erwartung der Zufallsvariablen $\widetilde{FCF}_t$, gegeben die Information des Zeitpunktes s.

Was unterscheidet den klassischen vom bedingten Erwartungswert? Beim klassischen Erwartungswert wird eine Zahl bestimmt, die die durchschnittliche Höhe einer Zufallsvariable wiedergibt. Auch der bedingte Erwartungswert will die durchschnittliche Höhe einer Zufallsvariablen ermitteln – hier hat dies jedoch unter der Einschränkung zu geschehen, dass bereits bestimmte Informationen über diese Zufallsvariable vorliegen. Beispielsweise könnte die sich die Information darauf beziehen, ob ein neues Produkt erfolgreich war oder sich als Flop erwies. Nun muss der Investor je nach Szenario – in unserem Beispiel zweimal – die durchschnittliche Höhe einer Zufallsvariablen (wir denken an Cashflows) bestimmen, um den bedingten Erwartungswert zu ermitteln. Der bedingte Erwartungswert wird damit keine einzelne Zahl wie der klassische Erwartungswert mehr sein. Vielmehr stellt er eine Größe dar, die von der unsicheren Zukunft selbst abhängig ist: je nach Marktlage (Erfolg oder Flop) sind zwei durchschnittliche Cashflows denkbar. Fassen wir diese Beobachtung zusammen, so müssen wir Folgendes festhalten: der bedingte Erwartungswert kann selbst eine Zufallsvariable sein! Dies unterscheidet ihn vom klassischen Erwartungswert, der immer eine Zahl darstellt.

In unserer Theorie der Unternehmensbewertung werden wir häufig mit bedingten Erwartungen zu tun haben. Daher ist der eine oder andere Leser womöglich daran interessiert, eine saubere Definition zu bekommen und über wichtige Eigenschaften dieses mathematischen Konzepts im Detail unterrichtet zu werden. Diese Leser werden wir jetzt enttäuschen, weil wir nicht beabsichtigen, noch genauer zu erklären, was bedingte Erwartungswerte sind. Vielmehr werden wir bloß beschreiben, wie man mit ihnen zu rechnen hat. Unsere Zurückhaltung hat einen einfachen Grund. Wir haben es bisher vermieden, die Struktur der zugrundeliegenden Unsicherheit detailliert zu beschreiben. Wollten wir jetzt erklären, wie eine bedingte Erwartung definiert ist, so müssten wir auch darstellen, wie man Erwartungswerte überhaupt berechnet und was bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind. Diese Details benötigen wir aber bei der Unternehmensbewertung nicht. Es genügen ein paar einfache Rechenregeln. Der gesamte mathematische Apparat kann im Hintergrund bleiben. Wer ein ordentlicher Autofahrer werden will, muss sich ebenfalls nicht mit der Physik des Verbrennungsmotors auseinandersetzen oder Kenntnisse über die Funktionsweise von Getrieben erwerben. Es reicht, wenn er die Gebrauchsanweisung liest, sich die Verkehrsvorschriften aneignet und Fahrpraxis erwirbt. Fachleute mögen uns verzeihen, dass wir hier so grob vorgehen.[7]

1.3.2 Rechenregeln

Im Folgenden werden wir fünf einfache Regeln für das Rechnen mit bedingten Erwartungswerten darstellen. Diese sollten Sie sich gut einprägen, weil wir sie immer wieder benutzen werden.

Welcher Zusammenhang besteht zwischen der bedingten Erwartung und dem "klassischen" Erwartungswert? Dies klärt unsere erste Rechenregel.

Rechenregel 1 (klassische Erwartung) *Im Zeitpunkt null fallen bedingte Erwartung und klassische Erwartung zusammen,*

$$\boxed{\mathrm{E}\left[\widetilde{X}|\mathcal{F}_0\right] = \mathrm{E}\left[\widetilde{X}\right]}\,.$$

Die Regel zeigt, dass es sich bei der bedingten Erwartung um eine Verallgemeinerung der klassischen Erwartung handelt, die mehr Informationen und andere Zeitpunkte als die Gegenwart berücksichtigen kann.

Es sei daran erinnert, dass es sich bei der Bedingung $\mathcal{F}_t$ nicht um den Informationsstand handelt, den wir in diesem Zeitpunkt *tatsächlich* haben werden. Vielmehr handelt es sich um den Informationsstand, den wir für den Zeitpunkt t unterstellen. Die zweite Rechenregel verwendet unsere Vorstellung, mit fortschreitender Zeit immer klüger zu werden.

Rechenregel 2 (Iterierte Erwartung) *Für zwei Zeitpunkte $s \le t$ gilt immer*

$$\boxed{\mathrm{E}\left[\mathrm{E}[\widetilde{X}|\mathcal{F}_t]\,|\mathcal{F}_s\right] = \mathrm{E}[\widetilde{X}|\mathcal{F}_s]}\,.$$

Vermutlich ist diese Regel am schwierigsten zu begreifen. Dabei hat sie einen ganz plausiblen Hintergrund. Betrachten wir unser Wissen zum Zeitpunkt t. Dieses Wissen umfasst das Wissen, das uns bereits heute zugänglich ist, schließt aber darüber hinaus das Wissen ein, das wir bis zum Zeitpunkt s gewonnen haben. Wenn s vor t liegt, wir im Zeitpunkt t mehr als im Zeitpunkt s. Wir gehen ja von der Vorstellung aus, dass wir im Zeitablauf nicht dümmer, sondern klüger werden. Wollten wir die Rechenregel 2 verbal beschreiben, müssten wir vielleicht Folgendes sagen: "Wenn wir heute darüber nachdenken, was wir im Zeitpunkt s über den Zeitpunkt t wissen werden, so werden wir nur das wissen, was wir bereits heute im Zeitpunkt s zu wissen glauben."

Die dritte Regel betrifft die Linearitätsforderung, die unseren Lesern für den klassischen Erwartungswert vermutlich bekannt ist.

Rechenregel 3 (Linearität) *Für beliebige Zahlen a, b und beliebige Zufallsvariablen $\widetilde{X}$ und $\widetilde{Y}$ gilt*

$$\boxed{\mathrm{E}\left[a\widetilde{X} + b\widetilde{Y}|\mathcal{F}_t\right] = a\,\mathrm{E}\left[\widetilde{X}|\mathcal{F}_t\right] + b\,\mathrm{E}\left[\widetilde{Y}|\mathcal{F}_t\right]}\,.$$

[7] Für diejenigen, die mehr wissen wollen, geben wir im letzten Abschnitt weiterführende Literaturhinweise.

Wir benötigen aus technischen Gründen eine weitere Regel, die sichere Größen betrifft. Wir wissen, dass diese Größen ihrem Erwartungswert entsprechen. Dies soll nun auch zutreffen, wenn wir mit bedingten Erwartungswerten arbeiten.

Rechenregel 4 (Sichere Größe 1) *Für die sichere Größe 1 gilt*

$$\boxed{\mathrm{E}[1|\mathcal{F}_t] = 1}\,.$$

Eine zwingende Folgerung aus dieser Rechenregel betrifft alle Größen, die nicht risikobehaftet sind. Aufgrund der Linearität (Rechenregel 3) gilt für derartige Zahlen X

$$\mathrm{E}[X|\mathcal{F}_t] = X \cdot \mathrm{E}[1|\mathcal{F}_t] = X. \tag{1.5}$$

Rechenregel 5 (Erwartung über sich realisierende Größen) *Wird sich eine Größe $\widetilde{X}$ im Zeitpunkt t realisieren, dann gilt für jede andere Größe $\widetilde{Y}$*

$$\boxed{\mathrm{E}\left[\widetilde{X} \cdot \widetilde{Y}|\mathcal{F}_t\right] = \widetilde{X} \cdot \mathrm{E}\left[\widetilde{Y}|\mathcal{F}_t\right]}\,.$$

Die Regel unterstreicht ein wichtiges Prinzip unserer Vorgehensweise. Wir betonten immer wieder, dass wir uns ununterbrochen in der Gegenwart befinden und nur über unsere Vorstellungen von der Zukunft sprechen. Die tatsächliche Entwicklung dagegen ist nicht Gegenstand unserer Betrachtungen. Die Regel 5 verdeutlicht das. Im Zeitpunkt t werden wir wissen, welche Realisation sich für die Zufallsvariable $\widetilde{X}$ eingestellt haben wird. $\widetilde{X}$ ist dann keine Zufallsvariable mehr, sondern eine Zahl. Wenn wir dann den Erwartungswert für die Größe $\widetilde{X} \cdot \widetilde{Y}$ ermitteln, können wir $\widetilde{X}$ aus dem Erwartungswert herausziehen, genauso wie wir es mit sicheren Größen tun: $\widetilde{X}$ ist im Zeitpunkt t bekannt. Die Regel 5 besagt, wenn wir beim Informationsstand $\mathcal{F}_t$ die Realisation von $\widetilde{X}$ kennen werden, so können wir in der bedingten Erwartung $\widetilde{X}$ wie eine sichere Größe behandeln: bekannte Größen können wir bei der bedingten Erwartung wie sichere Größen behandeln.

1.3.3 Beispiel

Um den Umgang mit bedingten Erwartungen und unsere Rechenregeln noch verständlicher zu machen, betrachten wir ein Zahlenbeispiel. Das dient einzig und allein der Illustration und wird in den weiteren Kapiteln nicht mehr verwendet. Wenn Sie also sicher sind, dass Sie bereits alles verstanden haben, können Sie das Beispiel getrost überspringen und gleich auf Seite 19 weiterlesen. Andernfalls konzentrieren Sie sich auf Abbildung 1.2.

Wir haben es hier mit einem Unternehmen zu tun, das an seine Eigentümer drei Jahre lang Zahlungen leisten wird, die sich nicht mit Sicherheit vorhersagen lassen.

1. *Im ersten Jahr* ($t = 1$) sind zwei Zustände denkbar, die wir als “gut” beziehungsweise “schlecht” bezeichnen wollen. Ist die Entwicklung gut, so beläuft sich die Zahlung auf 110, sonst auf 90. Beide Zustände sind gleich wahrscheinlich.

2. *Im zweiten Jahr* ($t = 2$) sind drei Zustände möglich.

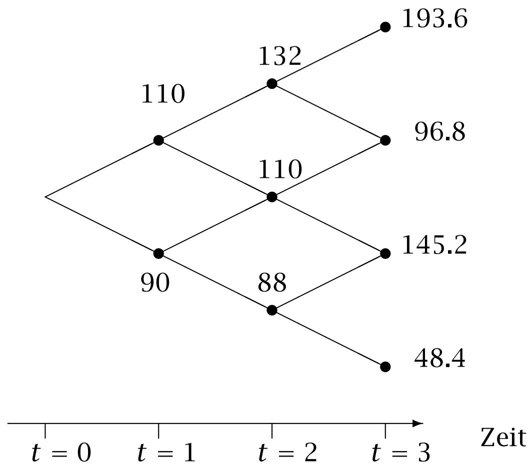

Abbildung 1.2: Mögliche Cashflows in zukünftigen Zeitpunkten

- Gehen wir in $t = 1$ vom Zustand “gut” aus, kann die Entwicklung erneut “gut” oder “schlecht” verlaufen. Sollte der Zufall für die Reihenfolge “gut – gut” sorgen, so beläuft sich der Cashflow im zweiten Jahr auf 132. Lautet die Zufallsentwicklung dagegen “gut – schlecht”, so bekommen die Eigentümer nur eine Zahlung von 110.
- War der Zustand in $t = 1$ aber “schlecht”, so können sich die Dinge jetzt entweder zum Guten wenden oder aber noch einmal schlecht sein. Die Entwicklung “schlecht – gut” führt im Zeitpunkt $t = 2$ auf Zahlungen in Höhe von 110, im Falle von “schlecht – schlecht” erhalten die Eigentümer nur 88.

Die drei Zustände können auch anders beschrieben werden: Der Zufall sorgt zweimal für eine nicht vorhersehbare Entwicklung.

- Geht es zweimal “gut”, dann beläuft sich der Cashflow auf 132. Die Wahrscheinlichkeit hierfür beläuft sich auf $0.5^2 = 25\,\%$.
- Geht es dagegen nur einmal “gut”, dann bekommen die Eigentümer eine Zahlung in Höhe von 110. Da es zwei Wege in diesen Zustand gibt, beläuft sich ihre Wahrscheinlichkeit auf $2 \cdot 0.5 \cdot (1 - 0.5) = 50\,\%$.
- Geht es schließlich niemals “gut”, dann gibt es einen Cashflow von nur 88, und die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt $(1 - 0.5)^2 = 25\,\%$.

3. *Im letzten Jahr* ($t = 3$) sind vier Zustände möglich, die wie folgt erreicht werden können:

- Die Entwicklung verläuft dreimal “gut”. Das führt auf einen Cashflow von 193.6, und zwar mit einer Wahrscheinlichkeit von $0.5^3 = 12.5\,\%$
- Es geht nur zweimal “gut”. Sich in den Zustand mit der Zahlung von 96.8 zu bewegen, ist auf drei verschiedene Arten möglich, weswegen die Wahrscheinlichkeit hierfür $3 \cdot 0.5^2 \cdot (1 - 0.5)^1 = 37.5\,\%$ beträgt.
- Die Entwicklung ist nur einmal “gut”. Auch in diesen Zustand kann man auf drei Wegen gelangen, weswegen seine Wahrscheinlichkeit $3 \cdot 0.5^1 \cdot (1 - 0.5)^2 = 37.5\,\%$ ist, und zwar bei einer Zahlung in Höhe von 145.2.

- Schließlich kann es auch immer "schlecht" laufen. Das führt auf einen Cashflow von 48.4, und zwar mit einer Wahrscheinlichkeit von $(1-0.5)^3 = 12.5\,\%$.

Wir könnten nun für jeden Zeitpunkt die bedingten Erwartungen bestimmen und dabei unsere Rechenregeln überprüfen. Beispielhaft konzentrieren wir uns auf den Cashflow des dritten Jahres und die Vorstellungen, die wir davon voraussichtlich im Zeitpunkt $t = 1$ haben werden. Es handelt sich also um den Ausdruck

$$\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_3|\mathcal{F}_1\right].$$

Im Zeitpunkt $t = 1$ können zwei Zustände eingetreten sein. Betrachten wir zunächst den Fall, dass wir eine "gute" Entwicklung hinter uns haben. Von hier aus sind drei Entwicklungen denkbar, nämlich

1. *zweimal "gut"*: Cashflow 193.6, Wahrscheinlichkeit 25 %,
2. *einmal "gut"*: Cashflow 96.8, Wahrscheinlichkeit 50 %
3. *niemals "gut"*: Cashflow 145.2, Wahrscheinlichkeit 25 %.

Der bedingte Erwartungswert für den "guten" Zustand im Zeitpunkt $t = 1$ ist dann

$$0.25 \cdot 193.6 + 0.5 \cdot 96.8 + 0.25 \cdot 145.2 = 133.1\,.$$

Jetzt ist noch der Fall zu betrachten, dass wir im Zeitpunkt $t = 1$ eine schlechte Entwicklung erlebt haben. Wieder sind von hier aus drei Entwicklungen denkbar, die bei analoger Vorgehensweise jetzt auf

$$0.25 \cdot 96.8 + 0.5 \cdot 145.2 + 0.25 \cdot 48.4 = 108.9$$

führen.

Daraus erhalten wir für die bedingte Erwartung endlich

$$\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_3|\mathcal{F}_1\right] = \begin{cases} 133.1, & \text{wenn die Entwicklung in } t = 1 \text{ gut ist,} \\ 108.9, & \text{wenn die Entwicklung in } t = 1 \text{ schlecht ist.} \end{cases}$$

An dieser Stelle stellen wir fest, dass $\mathrm{E}[\widetilde{FCF}_3|\mathcal{F}_1]$ eine Zufallsvariable ist, weil man im Zeitpunkt $t = 0$ noch nicht wissen kann, welcher der beiden Zustände sich im Zeitpunkt $t = 1$ manifestieren wird.[8]

Richten wir nun unsere Aufmerksamkeit auf den unbedingten Erwartungswert der Zufallsvariablen $\widetilde{FCF}_3$. Wir könnten ihn direkt aus

$$0.125 \cdot 193.6 + 0.375 \cdot 96.8 + 0.375 \cdot 145.2 + 0.125 \cdot 48.4 = 121$$

gewinnen. Jedoch besteht auch die Möglichkeit, den Erwartungswert der Zufallsvariablen $\mathrm{E}[\widetilde{FCF}_3|\mathcal{F}_1]$ zu bestimmen. Um zu zeigen, dass wir auf diese Weise zu genau demselben

[8]Der aufmerksame Leser stellt fest, dass die bedingte Erwartung des Cashflows $\widetilde{FCF}_3$ und der $\widetilde{FCF}_1$ in einer festen Beziehung zueinander stehen. Es gilt in unserem Zahlenbeispiel nämlich $\mathrm{E}[\widetilde{FCF}_3|\mathcal{F}_1] = 1.1^2 \cdot \widetilde{FCF}_1$, weil $1.1^2 \cdot 110 = 133.1$ und $1.1^2 \cdot 90 = 108.9$ ist. Diese Eigenschaft ist nicht zufällig gewählt und wird in Abschnitt 2.1.2 noch genauer analysiert.

Resultat kommen, müssen wir wieder unsere Rechenregeln benutzen, können uns hier aber auf die iterierte Erwartung (Rechenregel 2) sowie den klassischen Erwartungswert (Rechenregel 1) beschränken. Es müssen folgende Zusammenhänge gelten:

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}\left[\mathrm{E}[\widetilde{FCF}_3|\mathcal{F}_1]\right] &= \mathrm{E}\left[\mathrm{E}[\widetilde{FCF}_3|\mathcal{F}_1]|\mathcal{F}_0\right] && \text{Rechenregel 1} \\
&= \mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_3|\mathcal{F}_0\right] && \text{Rechenregel 2} \\
&= \mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_3\right]. && \text{Rechenregel 1}
\end{aligned}$$

Und tatsächlich ergibt sich

$$0.5 \cdot 133.1 + 0.5 \cdot 108.9 = 121.$$

Damit wollen wir die Prüfung unserer Rechenregeln am Zahlenbeispiel beenden.

1.4 Ein erster Blick auf Unternehmenswerte

Im folgenden Abschnitt werden wir in allgemeiner Form ein Bewertungskonzept für Unternehmen vorstellen, das wir in diesem Buch regelmäßig nutzen werden. Die in diesem Abschnitt zu diskutierenden Zusammenhänge zwischen Unternehmenswerten, Kapitalkosten und Diskontierungssätzen sind insoweit als generell zu begreifen, weil wir hier noch offen lassen wollen und können, ob wir nun verschuldete oder unverschuldete Unternehmen analysieren. Unsere Vorgehensweise erfordert daher in dieser Hinsicht auch noch keine besonders ausgefeilte Symbolik.

1.4.1 Bewertungskonzepte

Jede Theorie beruht auf Annahmen. Das ist auch bei einer Theorie der Unternehmensbewertung nicht anders. Eine zentrale Annahme, auf der unsere weiteren Ausführungen aufbauen, ist die folgende.

Annahme 1.1 (Arbitragefreiheit) *Der Kapitalmarkt ist arbitragefrei.*

Diese Annahme wird in der Finanzierungstheorie gewöhnlich mit Hilfe eines aufwendigen Formalismus präzisiert. Darauf wollen wir hier verzichten, weil der Aufwand den Nutzen weit übersteigt und Details im Folgenden auch nicht benötigt werden. Wir beschränken uns darauf, die Annahme zu veranschaulichen. Arbitragefreiheit bedeutet salopp gesprochen, dass kein Marktteilnehmer dazu in der Lage ist, kostenlose Gewinne zu realisieren. Jeder, der mit irgendeiner Strategie Einzahlungen erzielt, muss auch Auszahlungen leisten.

Aus der Arbitragefreiheit wird sich der zentrale Baustein unserer Theorie der Unternehmensbewertung, der Fundamentalsatz der Preistheorie, ableiten lassen. Wir werden uns nicht die Mühe machen, den Fundamentalsatz zu beweisen. Um ihn aber wenigstens plausibel zu machen, stellen wir alternative Bewertungskonzepte vor. Dabei beschränken wir uns der Einfachheit halber auf den Einperiodenfall.

Bewertung (im Einperiodenfall) unter Sicherheit Stellen Sie sich einen Kapitalmarkt vor, an dem nur Ansprüche auf sichere Zahlungen gehandelt werden, die in $t+1$ fällig sind. Man möge an ein Unternehmen denken, das im Zeitpunkt $t+1$ Dividende in Höhe FCF_{t+1} zahlt und anschließend zum Preis V_{t+1} verkauft werden kann. Es ist offensichtlich, wie dieser Titel zu bewerten ist, wenn der Kapitalmarkt arbitragefrei ist. Die sicheren Cashflows werden mit dem risikolosen Zins diskontiert. Bezeichnen wir den Zins mit r_f, dann muss der Zusammenhang

$$V_t = \frac{FCF_{t+1} + V_{t+1}}{1 + r_f} \tag{1.6}$$

gelten. Andernfalls könnte man eine Strategie realisieren, die praktisch darauf hinausläuft, eine private Notenpresse in Gang zu setzen. Und das stünde im Widerspruch zur Annahme der Arbitragefreiheit.

Wäre beispielsweise die linke Seite der Gleichung kleiner als die rechte Seite, so könnte ein Investor im Zeitpunkt t Kredit zum Zinssatz r_f aufnehmen und das Unternehmen zum Preis V_t erwerben. Die Summe aller Zahlungen im Zeitpunkt t beliefe sich auf null. Im Zeitpunkt $t+1$ würde er die Cashflows erhalten, das Unternehmen verkaufen und den Kredit zurückzahlen. Und der jetzt verbleibende Saldo wäre voraussetzungsgemäß positiv,

$$FCF_{t+1} + V_{t+1} - (1 + r_f)V_t > 0.$$

Das ist eine Arbitragegelegenheit, und genau solche Ergebnisse wollen wir durch Annahme 1.1 ausschließen.[9]

Bewertung (im Einperiodenfall) unter Unsicherheit In der von uns zu betrachtenden Welt sind die künftigen Zahlungen nun allerdings nicht sicher. Wir müssen daher fragen, auf welche Weise es gelingen kann, den durch Gleichung (1.6) beschriebenen Zusammenhang zu verallgemeinern. Es gibt drei verschiedene Wege, von denen der letzte unsere besondere Aufmerksamkeit verdient.

Sicherheitsäquivalent Wenn die im Zeitpunkt $t+1$ fälligen Cashflows unsicher sind, könnte man nach jener sicheren Zahlung im Zeitpunkt $t+1$ fragen, die der Investor ebenso attraktiv findet wie die risikobehafteten Cashflows. Man bezeichnet eine solche Zahlung als Sicherheitsäquivalent. Statt der erwarteten Zahlungen im Zeitpunkt $t+1$ wird dann das Sicherheitsäquivalent mit dem risikolosen Zins diskontiert. Die Höhe des Sicherheitsäquivalents muss mit Hilfe einer *Nutzenfunktion* bestimmt werden. Nach unserem Wissen ist dieser Ansatz in der Praxis eher selten anzutreffen.

Um die Vorgehensweise am Beispiel zu veranschaulichen, betrachten Sie wieder Abbildung 1.2 von Seite 17 und konzentrieren sich ausschließlich auf die im Zeitpunkt $t = 1$ fälligen Zahlungen. Unterstellen Sie also

$$\widetilde{FCF}_1 + \widetilde{V}_1 = \begin{cases} 110 & \text{wenn die Entwicklung in } t = 1 \text{ gut ist,} \\ 90 & \text{wenn die Entwicklung in } t = 1 \text{ schlecht ist.} \end{cases}$$

Gehen Sie weiterhin davon aus, dass die beiden relevanten Umweltzustände gleich wahrscheinlich sind und der risikolose Zins $r_f = 5\,\%$ ist.

[9] Wir könnten ganz analog argumentieren, wenn die linke Seite von Gleichung (1.6) größer als die rechte Seite wäre.

Das Sicherheitsäquivalent ist nun jene Zahlung S_1, für die die *Präferenzrelation*

$$S_1 \sim (110, 90 : 50\,\%, 50\,\%)$$

erfüllt ist. Die sichere Zahlung S_1 ist ebenso attraktiv wie eine *Lotterie*, bei der man mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit 110 oder 90 bekommt. Das entspricht in der *Erwartungsnutzendarstellung* der Gleichung

$$u(S_1) = \mathrm{E}\left[u(\widetilde{FCF}_1 + \tilde{V}_1)\right],$$

woraus wir nach Anwendung der Umkehrfunktion

$$S_1 = u^{-1}\left(\mathrm{E}\left[u(\widetilde{FCF}_1 + \tilde{V}_1)\right]\right)$$

erhalten. Sei nun $u(x) = \sqrt{x}$ die Nutzenfunktion, dann beläuft sich das Sicherheitsäquivalent in unserem Beispiel auf

$$S_1 = \left(0.5 \cdot \sqrt{110} + 0.5 \cdot \sqrt{90}\right)^2 = 99.75.$$

Daraus ergibt sich schließlich

$$V_0 = \frac{S_1}{1 + r_f} = \frac{99.75}{1 + 0.05} = 95.00.$$

Kapitalkosten Eine in der Bewertungspraxis viel weiter verbreitete Möglichkeit besteht darin, den risikolosen Zins um einen *Risikozuschlag* zu erhöhen Die Summe aus beiden Größen wird auch als Kapitalkosten bezeichnet. Wir passen also in Gleichung (1.6) den Nenner und nicht den Zähler an.

Nennt man den Risikozuschlag z, so ergäbe sich der Unternehmenswert in unserem Beispiel aus

$$V_0 = \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_1 + \tilde{V}_1\right]}{1 + r_f + z},$$

und man würde bei den hier relevanten Zahlen mit einem Risikozuschlag in Höhe von $z = 0.264\,\%$ zum selben Ergebnis kommen wie mit der Sicherheitsäquivalent–Methode, denn

$$V_t = \frac{0.5 \cdot 110 + 0.5 \cdot 90}{1 + 0.05 + 0.00264} = \frac{100}{1.05264} = 95.00.$$

Risikoneutrale Wahrscheinlichkeiten Bei diesem dritten Ansatz wird weiterhin mit dem risikolosen Zins r_f diskontiert. Im Zähler finden wir einen Erwartungswert der risikobehafteten Cashflows. Aber der Erwartungswert wird nicht mit den tatsächlich geschätzten *Eintrittswahrscheinlichkeiten* berechnet. Stattdessen werden risikoadjustierte Wahrscheinlichkeiten verwendet, die man auch als risikoneutral bezeichnet.

In unserem Beispiel betragen die Eintrittswahrscheinlichkeiten für die "gute" beziehungsweise "schlechte" Entwicklung jeweils 50 %. Es liegt auf der Hand, dass man Risikoabneigung zum Ausdruck bringen kann, indem man dem guten Zustand ein geringeres Gewicht und dem schlechteren Zustand ein höheres Gewicht beimisst.

Bezeichnen wir den auf der Basis risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten gerechneten Erwartungswert mit dem Symbol $\mathrm{E}_Q[\cdot]$, dann lautet die Bewertungsformel in unserem Beispiel

$$V_0 = \frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_1 + \tilde{V}_1\right]}{1 + r_f}.$$

Man kann zeigen, dass mit den hier relevanten Zahlen eine risikoneutrale Wahrscheinlichkeit in Höhe von 48.75 % für die "gute" Entwicklung zum selben Resultat führt wie die beiden zuvor beschriebenen Konzepte, denn

$$V_0 = \frac{0.4875 \cdot 110 + 0.5125 \cdot 90}{1 + 0.05} = \frac{99.75}{1.05} = 95.00.$$

Dieser zuletzt beschriebene dritte Weg hat in der Literatur verschiedene Bezeichnungen erhalten. Anstelle von risikoneutraler Wahrscheinlichkeit ist auch häufig vom *äquivalenten Martingalmaß* die Rede. Wir wenden uns jetzt den beiden zuletzt erörterten Wegen genauer zu.

1.4.2 Eine erste Bewertungsgleichung

Wir beschränken uns jetzt nicht mehr auf den Einperiodenfall, sondern gehen auf den viel wirklichkeitsnäheren Mehrperiodenfall über. Zu diesem Zweck setzen wir voraus, dass der Bewerter folgende Informationen besitzt: Er kennt die freien Cashflows $\widetilde{FCF}_t$ für alle zukünftigen Zeitpunkte $t = 1, \ldots, T$. Um den Marktwert des Unternehmens zu berechnen, werden Kapitalkosten verwendet. Diese definieren wir entsprechend unseren Überlegungen von Seite 7 wie folgt.

Definition 1.1 (Kapitalkosten des Unternehmens) *Die Kapitalkosten $\widetilde{k}_t$ eines Unternehmens sind bedingte erwartete Renditen*

$$\boxed{\widetilde{k}_t := \frac{\operatorname{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1} + \widetilde{V}_{t+1} | \mathcal{F}_t\right]}{\widetilde{V}_t} - 1}\,.$$

Unsere Definition legt die Vermutung nahe, dass die zukünftig erwarteten Renditen unsichere Größen darstellen. Wie bereits auf Seite 8 angekündigt, werden wir im Folgenden jedoch annehmen, dass es sich bei den Kapitalkosten nicht um zufällige, sondern um deterministische Größen handelt, k_t. Der Bewerter weiß also bereits im Zeitpunkt $t = 0$, wie groß die bedingten erwarteten Renditen des Unternehmens sein werden. Ohne diese Annahme können wir keine Bewertungsgleichung gewinnen.

Um die Bewertungsgleichung herzuleiten, werden wir zum ersten Mal unsere Rechenregeln für bedingte Erwartungswerte verwenden. Obwohl diese Rechnung eher elementar ist, wollen wir sie sehr detailliert vornehmen. Das geschieht in der Absicht, unsere Leser mit dem formalen Umgang der Rechenregeln noch besser vertraut zu machen.

Satz 1.1 (Marktwert des Unternehmens) *Wenn die Kapitalkosten des Unternehmens k_t deterministisch sind, dann beläuft sich der Wert des Unternehmens im Zeitpunkt t auf*[10]

$$\boxed{\widetilde{V}_t = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\operatorname{E}\left[\widetilde{FCF}_\tau | \mathcal{F}_t\right]}{(1 + k_t) \cdot \ldots \cdot (1 + k_{\tau-1})}}\,.$$

[10]Der mit dem Produktzeichen vertraute Leser wird den Ausdruck kompakter als

$$\widetilde{V}_t = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\operatorname{E}\left[\widetilde{FCF}_\tau | \mathcal{F}_t\right]}{\prod_{\sigma=t}^{\tau-1}(1 + k_\sigma)}$$

notieren.

Um diesen Satz zu beweisen, formen wir die Definition 1.1 der Kapitalkosten zu

$$\widetilde{V}_t = \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1} + \widetilde{V}_{t+1}|\mathcal{F}_t\right]}{1+k_t}$$

um, wobei wir die Tilde über den Kapitalkosten annahmegemäß entfernen dürfen. Vorstehende Gleichung ist rekursiv, weil $\widetilde{V}_t$ eine Funktion von $\widetilde{V}_{t+1}$ ist. Nutzen wir den entsprechenden Zusammenhang zwischen $\widetilde{V}_{t+1}$ und $\widetilde{V}_{t+2}$, so entsteht

$$\widetilde{V}_t = \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1} + \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+2}+\widetilde{V}_{t+2}|\mathcal{F}_{t+1}\right]}{1+k_{t+1}}|\mathcal{F}_t\right]}{1+k_t}.$$

Da die Kapitalkosten deterministisch sind und die bedingte Erwartung linear ist, können wir diesen Ausdruck mit Hilfe von Rechenregel 3 zu

$$\widetilde{V}_t = \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1}|\mathcal{F}_t\right]}{1+k_t} + \frac{\mathrm{E}\left[\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+2}|\mathcal{F}_{t+1}\right]|\mathcal{F}_t\right]}{(1+k_t)(1+k_{t+1})} + \frac{\mathrm{E}\left[\mathrm{E}\left[\widetilde{V}_{t+2}|\mathcal{F}_{t+1}\right]|\mathcal{F}_t\right]}{(1+k_t)(1+k_{t+1})}$$

umformen. Die Regel der iterierten Erwartung (Rechenregel 2) erlaubt es uns, die Erwartungswerte in einfacherer Form zu notieren,

$$\widetilde{V}_t = \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1}|\mathcal{F}_t\right]}{1+k_t} + \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+2}|\mathcal{F}_t\right]}{(1+k_t)(1+k_{t+1})} + \frac{\mathrm{E}[\widetilde{V}_{t+2}|\mathcal{F}_t]}{(1+k_t)(1+k_{t+1})}.$$

Setzen wir dieses Verfahren bis zum Zeitpunkt T fort, so erhalten wir

$$\widetilde{V}_t = \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1}|\mathcal{F}_t\right]}{1+k_t} + \ldots + \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_T|\mathcal{F}_t\right]}{(1+k_t)\cdot\ldots\cdot(1+k_{T-1})} + \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{V}_T|\mathcal{F}_t\right]}{(1+k_t)\cdot\ldots\cdot(1+k_{T-1})}.$$

Aufgrund der Transversalität verschwindet der letzte Term,

$$\widetilde{V}_t = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_\tau|\mathcal{F}_t\right]}{(1+k_t)\cdot\ldots\cdot(1+k_{\tau-1})}$$

und das war zu zeigen.

Unter der besonderen Voraussetzung, dass wir den Wert des Unternehmens im Zeitpunkt $t=0$ zu betrachten haben, folgt aus Satz 1.1 in Verbindung mit Rechenregel 1

$$V_0 = \sum_{\tau=1}^{T} \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_\tau\right]}{(1+k_0)\cdot\ldots\cdot(1+k_{\tau-1})}$$

und im Spezialfall zeitinvarianter Kapitalkosten schließlich

$$V_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_t\right]}{(1+k)^t}.$$

1.4.3 Fundamentalsatz der Preistheorie

Die Idee des äquivalenten Martingalmaßes bestand darin, dem Bewerter andere Wahrscheinlichkeiten der Zustände an die Hand zu geben und dadurch seine Welt risikoneutral werden zu lassen. Dass dieses Vorgehen immer gelingt, dass es also immer Wahrscheinlichkeiten gibt, bei denen risikoneutral bewertet werden kann, ist der Inhalt des (ersten) Fundamentalsatzes der Preistheorie.

Dieser Fundamentalsatz behauptet, dass man die subjektiven Wahrscheinlichkeiten des Investors durch ein anderes Wahrscheinlichkeitssystem Q ersetzen kann. Die neu zu bildenden Erwartungen bezeichnen wir mit E_Q, und für sie gilt folgende überraschende Aussage.

Satz 1.2 (Fundamentalsatz der Preistheorie) *Wenn der Kapitalmarkt arbitragefrei ist, dann können die Wahrscheinlichkeiten der Zustände derart gewählt werden, dass folgende Eigenschaft gilt,*

$$\boxed{\widetilde{V}_t = \frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_{t+1} + \widetilde{V}_{t+1} | \mathcal{F}_t\right]}{1 + r_f}} .$$

Der Fundamentalsatz gilt für alle denkbaren finanziellen Ansprüche, also sowohl für Aktien als auch für Anleihen, für verschuldete Unternehmen ebenso wie für unverschuldete.

Vergleichen wir den Fundamentalsatz (1.2) mit der Beziehung (1.6), so stellen wir Gemeinsamkeiten und Unterschiede fest: Hier wie dort diskontieren wir mit dem risikolosen Zinssatz. An die Stelle von sicheren Zahlungen treten aber jetzt die bedingten Erwartungen dieser Zahlungen. Das Risiko der künftigen Zahlungen geht insoweit in die Gleichung ein, als wir nicht mit den subjektiven Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten künftiger Umweltzustände arbeiten, sondern stattdessen mit speziellen Wahrscheinlichkeiten rechnen, die in der Literatur als risikoneutral bezeichnet werden. Der geänderte Erwartungswert wird durch das Symbol E_Q repräsentiert. Es handelt sich neben der Idee des Sicherheitsäquivalents und der Kapitalkosten um einen dritten Weg, Risiko in die Bewertungsgleichung einzubeziehen.

Risikoneutralität Bevor wir uns der praktischen Anwendung des Konzepts zuwenden, wollen wir die Frage beantworten, warum die hier verwendeten Wahrscheinlichkeiten überhaupt als risikoneutral bezeichnet werden. Auch hier werden wir wieder von den Rechenregeln für bedingte Erwartungswerte Gebrauch machen.

Zu diesem Zweck nehmen wir eine einfache Umformung des Fundamentalsatzes vor. Es ergibt sich

$$1 + r_f = \frac{1}{\widetilde{V}_t} \mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_{t+1} + \widetilde{V}_{t+1} | \mathcal{F}_t\right].$$

Wir wissen nach Rechenregel 5, dass der Wert des Unternehmens im Zeitpunkt t bereits bekannt ist und daher auch innerhalb des bedingten Erwartungswertes stehen darf, ohne dass dies das Ergebnis ändert,

$$1 + r_f = \mathrm{E}_Q\left[\left.\frac{\widetilde{FCF}_{t+1} + \widetilde{V}_{t+1}}{\widetilde{V}_t}\right| \mathcal{F}_t\right].$$

Die eins auf der linken Seite ist eine sichere Größe. Damit können wir sie wegen Rechenregel 4 durch ihren Erwartungswert ersetzen,

$$r_f = \mathrm{E}_Q\left[\left.\frac{\widetilde{FCF}_{t+1} + \widetilde{V}_{t+1}}{\widetilde{V}_t}\right| \mathcal{F}_t\right] - \mathrm{E}_Q[1|\mathcal{F}_t].$$

Zuletzt nutzen wir die Linearität des Erwartungswertes (Rechenregel 3) und erhalten

$$r_f = \mathrm{E}_Q\left[\left.\frac{\widetilde{FCF}_{t+1} + \widetilde{V}_{t+1}}{\widetilde{V}_t} - 1\right| \mathcal{F}_t\right].$$

Diese Darstellung des Fundamentalsatzes erlaubt eine anschauliche ökonomische Interpretation. Als Argument des bedingten Erwartungswertes haben wir die Rendite vor uns, die ein Investor erzielt, wenn er einen Finanztitel im Zeitpunkt t erwirbt, eine Periode später die Cashflows erhält und unmittelbar danach den Finanztitel wieder verkauft. Die Aussage der letzten Gleichung ist dann, dass die bedingte erwartete Rendite dieser Strategie immer risikolos ist, wenn statt der subjektiven Wahrscheinlichkeiten auf die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten zurück gegriffen wird. Auf diese Eigenschaft geht die Bezeichnung "risikoneutrale Wahrscheinlichkeit" für Q zurück.

Betrachten Sie noch einmal den Fundamentalsatz auf Seite 24. Der risikolose Zinssatz in dieser Gleichung hat keinen Zeitindex t. Damit haben wir implizit unterstellt, dass die risikolosen Zinsen über die Zeit konstant sind. Diese Einschränkung ist nicht erforderlich und kann leicht aufgehoben werden. Ist die Zinskurve nicht flach, dann erhält der risikolose Zins einfach einen Zeitindex, und die Aussage des Fundamentalsatzes bleibt weiterhin gültig.

Im Satz 1.1 haben wir aus der Definition der Kapitalkosten eine erste Gleichung für den Unternehmenswert gewinnen können. Auf völlig analoge Weise könnten wir zeigen, dass mit Hilfe der risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten auch eine Bewertungsgleichung bewiesen werden kann. Sie lautet

$$\widetilde{V}_t = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_\tau | \mathcal{F}_t\right]}{(1+r_f)^{\tau-t}}, \tag{1.7}$$

ohne dass es eines erneuten Beweises bedarf.

Dass wir aus dem Fundamentalsatz praktischen Nutzen ziehen können, werden wir in diesem Buch noch oft erkennen.

1.5 Weiterführende Literatur

Das Konzept der bedingten Erwartung geht auf Arbeiten des russischen Mathematikers Kolmogorov aus den 1930er Jahren zurück und findet sich in jedem Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Eine lesenswerte Darstellung ist das Lehrbuch von *Williams* (1991). Dieses Lehrbuch gibt auch eine sehr gute Einführung in die Theorie der Martingalmaße. *Williams* (1991) behandelt nur diskrete Zeiträume. Wer mehr über stetige Zeiträume lesen möchte, kann zu *Irle* (1998) oder *Karatzas und Shreve* (1991) greifen. Allerdings sind beide Bücher für Studenten der Mathematik im Hauptstudium geschrieben.

Der Fundamentalsatz der Preistheorie wurde in mehreren Arbeiten schrittweise erkannt, er beruht auf Arbeiten von *Beja* (1971), *Harrison und Kreps* (1979) und *Back und Pliska* (1991). Einen Beweis findet man auch in den Lehrbüchern *Irle* (1998) oder *Musiela und Rutkowski* (1998).

Die Definition und Ermittlung von Cashflows wird in jedem Lehrbuch der Bilanzanalyse ausführlich behandelt, *Copeland et al.* (2000) ist eine gute Referenz. Das Thema der Prognose zukünftiger Cashflows wird leider fast immer ausgeblendet. Vereinzelt finden sich Veröffentlichungen in Zeitschriften wie etwa *Grott et al.* (2000).

Kapitel 2

Risikoloses Fremdkapital

Die Probleme bei einer Unternehmensbewertung sind vielfältig. Daher muss der Bewerter Vereinfachungen vornehmen, um zu einem Ergebnis zu gelangen. Das gilt auch für die Theorie der Bewertung – wir werden in einem ersten Schritt von der Annahme ausgehen, dass vom Unternehmen aufgenommen Fremdkapital sei sicher. Es wird sich zeigen, dass eine Vielzahl ökonomischer Probleme bereits unter dieser vereinfachenden Annahme diskutiert werden kann. In einem nächsten Schritt werden wir uns dann riskantem Fremdkapital zuwenden.

2.1 Unverschuldete Unternehmen

Wer verschuldete Unternehmen zu bewerten hat, muss auch unverschuldete Unternehmen bewerten können. Beides bedingt sich gegenseitig.

Diese Behauptung leuchtet nicht ohne weiteres ein. Man muss sich dazu klarmachen, dass es missverständlich bleibt, wenn man ohne Nennung weiterer Details von einem verschuldeten Unternehmen spricht. Handelt es sich um ein stark oder nur mäßig verschuldetes Unternehmen? Wird das Fremdkapital des Unternehmens wachsen, oder planen die verantwortlichen Manager, das Kreditvolumen des Unternehmens zu reduzieren? Im Gegensatz zu einem verschuldeten Unternehmen, bei dem dies alles im Einzelnen geklärt werden muss, sind die Zusammenhänge bei einem unverschuldeten Unternehmen einfach und klar. Wenn wir von einem unverschuldeten Unternehmen sprechen, meinen wir ein Unternehmen, das weder heute noch irgendwann in der Zukunft Schulden haben wird. Natürlich fällt es schwer, daran zu glauben, dass es solche seltsamen Unternehmen in unserer Welt tatsächlich gibt. Aber auf diesen – sicher vollkommen zutreffenden Tatbestand – kommt es hier nicht an. Wir wollen lediglich feststellen, dass völlig eindeutig ist, was wir uns unter einem unverschuldeten Unternehmen vorzustellen haben, während dies bei einem verschuldeten Unternehmen ohne weitere Angaben nicht so ganz klar ist.

Kapitalkosten und Verschuldung Wir müssen davon ausgehen, dass die Kapitalkosten eines Unternehmens im Wesentlichen von zwei Einflussgrößen abhängen, und zwar erstens von den leistungswirtschaftlichen Risiken (business risk) des Unternehmens und zweitens von seiner Verschuldungspolitik (leverage). Grundsätzlich gilt, dass die erwarteten Renditen um so höher sind, je größer das Risiko ist und je größer der Verschuldungsgrad des Unternehmens ist. Und wenn wir den Zusammenhang zwischen diesem Gesetz und den Überlegungen des vorangehenden Absatzes herstellen, so sind die Kapitalkosten eines unverschuldeten Unternehmens eindeutig, während die Kapitalkosten eines verschuldeten Unternehmens davon abhängen, auf welchem Niveau sich die Schulden befinden. Das alles gilt natürlich nur, solange wir alle anderen Einflüsse auf die Kapitalkosten – insbesondere das Geschäftsrisiko – konstant halten.

Um ein verschuldetes Unternehmen korrekt bewerten zu können, braucht man dessen Kapitalkosten. Genauer gesagt: Man braucht die Kapitalkosten eines Unternehmens, das dem zu bewertenden Unternehmen in Bezug auf zwei Eigenschaften entspricht, nämlich in Bezug auf sein leistungswirtschaftliches Risiko und in Bezug auf seine Verschuldung. Will man diese Kapitalkosten bestimmen, indem man empirische Kapitalmarktdaten heranzieht, so gerät man typischerweise in folgende Situation. Man bemüht sich darum, ein Unternehmen zu finden, das derselben oder mindestens einer sehr ähnlichen Risikoklasse angehört (Vergleichsunternehmen) und schätzt die Erwartungswerte der Renditen, die deren Kapitalgeber realisieren. Dabei muss man fast immer beobachten, dass das Vergleichsunternehmen anders finanziert ist als das zu bewertende Unternehmen. Wenn nun aber die Verschuldung einen Einfluss auf die Höhe der Kapitalkosten hat, so kann man die Kapitalkosten des Vergleichsunternehmens nicht einfach auf das zu bewertende Unternehmen anwenden. Wie wir uns bereits klargemacht haben, sind verschuldete Unternehmen selbst dann, wenn sie derselben Risikoklasse angehören, nicht notwendigerweise vergleichbar. Und genau hier kommt das unverschuldete Unternehmen (als Referenzunternehmen) ins Spiel.

Unlevering und Relevering Um die Kapitalkosten des zu bewertenden Unternehmens zu bestimmen, sind die Kapitalkosten des Vergleichsunternehmens aus den beschriebenen Gründen anzupassen. Wissenschaftler, die sich theoretisch mit Unternehmensbewertung beschäftigen, müssen Funktionsgleichungen entwickeln, die es erlauben, die Kapitalkosten des – verschuldeten – Vergleichsunternehmens in die Kapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens umzurechnen. Gelingt ihnen diese Aufgabe, so lassen sich die Gleichungen dazu benutzen, von den Kapitalkosten des Vergleichsunternehmens auf die Kapitalkosten des Referenzunternehmens zu schließen (unlevering), aber auch den Schluss von den Kapitalkosten des Referenzunternehmens auf die Kapitalkosten des zu bewertenden Unternehmens vorzunehmen (relevering).

Und damit schließt sich der Kreis: Wer ein verschuldetes Unternehmen bewerten will, muss auch ein unverschuldetes Unternehmen bewerten können. Voraussetzung ist natürlich, dass die Wissenschaftler den in sie gesetzten Erwartungen gerecht werden und tatsächlich dazu in der Lage sind, die benötigten Anpassungsgleichungen zu entwickeln. Sollten sie bei diesem Bemühen scheitern, so muss man die Diskontierung der Cashflows verschuldeter Unternehmen mit angemessenen Kapitalkosten schlicht vergessen.

Notation Im ersten Kapitel dieses Buches haben wir von freien Cashflows und Unternehmenswerten gesprochen, ohne uns darum zu kümmern, wie die Unternehmen finanziert sind. Jetzt konzentrieren wir uns auf Unternehmen, die vollkommen eigenfinanziert sind. Die relevanten Symbole erhalten deshalb einen entsprechenden Index. Wir verwenden ein hochgestelltes u für unverschuldete Unternehmen. Die freien Cashflows solcher Unternehmen werden wir also beispielsweise mit $\widetilde{FCF}_t^u$, die Unternehmenswerte mit $\widetilde{V}_t^u$ bezeichnen. Trivialerweise gibt es bei unverschuldeten Unternehmen nur eine einzige Kapitalgebergruppe. Wir werden für die Rendite, die die Eigentümer erwarten, das Symbol $\widetilde{k}_t^{E,u}$ benutzen.

2.1.1 Bewertungsgleichung des unverschuldeten Unternehmens

Wir gehen im Folgenden davon aus, dass es gelingt, die benötigten Anpassungsgleichungen herzuleiten, und werden uns selbst nach Kräften daran beteiligen. Unter dieser Voraussetzung können die Kapitalkosten des vollkommen eigenfinanzierten Unternehmens als bekannt angenommen werden. Wir gehen ferner davon aus, dass dem Unternehmensbewerter die erwarteten freien Cashflows des unverschuldeten Unternehmens $\mathrm{E}[\widetilde{FCF}_t^u]$ für die Zeitpunkte $t = 1, \ldots, n$ bekannt sind.

Definition 2.1 (Kapitalkosten des Unternehmens) *Die Kapitalkosten $\widetilde{k}_t^{E,u}$ eines unverschuldeten Unternehmens sind bedingte erwartete Renditen*

$$\boxed{\widetilde{k}_t^{E,u} := \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1}^u + \widetilde{V}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{\widetilde{V}_t^u} - 1}\,.$$

Die Bewertung des unverschuldeten Unternehmens ist unter diesen Bedingungen absolut unproblematisch.

Satz 2.1 (Marktwert des unverschuldeten Unternehmens) *Wenn die Kapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens $k_t^{E,u}$ deterministisch sind, dann beläuft sich der Wert des nur mit Eigenkapital finanzierten Unternehmens im Zeitpunkt t auf*

$$\boxed{\widetilde{V}_t^u = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_\tau^u | \mathcal{F}_t\right]}{\left(1 + k_t^{E,u}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 + k_{\tau-1}^{E,u}\right)}}\,.$$

Um den Beweis der Behauptung müssen wir uns hier nicht weiter kümmern. Wir haben ihn auf Seite 23 bereits in genereller Form geführt und müssen unsere Leser hier nicht mit einer Wiederholung langweilen.[1]

2.1.2 Fundamentalannahme

Im Satz (2.1) haben wir eine Bewertungsgleichung für unverschuldete Unternehmen angeben, die ein Unternehmensbewerter nur anwenden kann, wenn er die Eigenkapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens kennt. Von dieser Voraussetzung wird man in der Praxis nur äußerst selten ausgehen können. Wenn die Anwendungsbedingungen des Satzes nicht erfüllt sind, dann ist die Bewertung alles andere als ein triviales Problem.

[1] Auch die Bewertungsgleichung

$$\widetilde{V}_t^u = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_\tau^u | \mathcal{F}_t\right]}{(1 + r_f)^{\tau - t}}$$

kann auf analogem Wege gewonnen werden, ohne dass es eines erneuten Beweises bedarf.

Cashflows des unverschuldeten Unternehmens In solch einer Situation kommt man nur weiter, wenn man die oben bereits erwähnten Anpassungsgleichungen zur Verfügung hat. Die Entwicklung solcher Gleichungen ist allerdings nur möglich, wenn man geeignete Annahmen trifft. Wir werden in den folgenden Kapiteln dieses Buches Anpassungsgleichungen für anspruchsvolle Fälle entwickeln. Unsere Ergebnisse stützen sich allerdings auf eine spezielle Voraussetzung hinsichtlich der Struktur der freien Cashflows des unverschuldeten Unternehmens. Wir wollen diese Annahme, die an mehreren Stellen dieses Buches relevant ist, von nun an Fundamentalannahme nennen und sie bereits in diesem Kapitel darstellen. Der Leser darf sich darauf verlassen, dass die Entwicklung von korrekten Anpassungsformeln ohne Rückgriff auf die Fundamentalannahme misslingt.

Unabhängigkeit Um unsere Fundamentalannahme ökonomisch zu motivieren, berufen wir uns auf die Tatsache, dass in zahlreichen finanzwirtschaftlichen Modellen mit der Voraussetzung gearbeitet wird, die freien Cashflows eines Unternehmens folgten einem random walk. Was bedeutet das? Es bedeutet, dass die Cashflows Zuwächse besitzen, die voneinander unabhängig und identisch verteilt sind. In formaler Schreibweise haben wir also

$$\widetilde{FCF}^u_{t+1} = (1 + g_t)\widetilde{FCF}^u_t + \tilde{\varepsilon}_t. \tag{2.1}$$

g_t ist eine deterministische Größe, die bereits in $t = 0$ bekannt ist. Die Störterme $\tilde{\varepsilon}_t$ haben einen Erwartungswert von null, sind identisch verteilt und paarweise voneinander unabhängig.

Dies ist eine sehr starke Annahme. Die Unabhängigkeit der Störterme impliziert beispielsweise, dass der Cashflow des Jahres t in keinem Zusammenhang zu den Cashflows der Jahre 1 bis $t-1$ steht. Haben wir in den letzten Jahren stetig wachsende Cashflows beobachtet, so heißt dies keineswegs, dass dieses Wachstum auch im Jahre t beibehalten wird. Man kann aus der Entwicklung in den Jahren 1 bis $t-1$ nicht die geringsten Schlussfolgerungen für das Jahr t ziehen! Unkorreliertheit dagegen ist keine ganz so starke Forderung.

Unkorreliertheit Während die Unabhängigkeit jeglichen kausalen Zusammenhang verneint, wird bei der Unkorreliertheit nur ein linearer Zusammenhang ausgeschlossen. Wenn ein linearer Zusammenhang fehlt, so ist offensichtlich nicht ausgeschlossen, dass irgendein anderer funktionaler Zusammenhang bestehen könnte. Unabhängige Zufallsvariablen sind immer unkorreliert, aber unkorrelierte Zufallsvariablen sind – von normalverteilten Zufallsvariablen abgesehen – nicht unabhängig voneinander. Dies verdeutlicht noch einmal, dass wir es bei der Fundamentalannahme mit einer schwächeren Formulierung zu tun haben. Im Rahmen unserer Theorie unterstellen wir hinsichtlich der Cashflows keinen random walk, sondern gehen von der schwächeren Forderung unkorrelierter Zuwächse aus.

Annahme 2.1 (Fundamentalannahme) *Es gibt Zahlen g_t derart, dass für die Cashflows des unverschuldeten Unternehmens die Bedingung*

$$\boxed{\operatorname{E}\left[\widetilde{FCF}^u_{t+1} | \mathcal{F}_t\right] = (1 + g_t)\,\widetilde{FCF}^u_t}$$

gilt.

Nachweis unkorrelierter Störterme Man kann nicht sofort erkennen, dass diese Annahme wirklich unkorrelierte Störterme impliziert. Um den Nachweis zu führen, müssen wir eine kleine Rechnung vornehmen. Dabei werden wir uns wieder der Rechenregeln über bedingte Erwartungswerte bedienen.

Um zu erkennen, dass die Fundamentalannahme in der Tat gleichbedeutend mit der Forderung unkorrelierter Störterme ist, zeigen wir zunächst, dass der Erwartungswert der Störterme verschwindet,

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}[\tilde{\varepsilon}_t] &= \mathrm{E}[\tilde{\varepsilon}_t | \mathcal{F}_0] && \text{Rechenregel 1} \\
&= \mathrm{E}[\mathrm{E}[\tilde{\varepsilon}_t | \mathcal{F}_t] | \mathcal{F}_0] && \text{Rechenregel 2} \\
&= \mathrm{E}\left[\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}^u_{t+1} - (1+g_t)\widetilde{FCF}^u_t | \mathcal{F}_t\right] | \mathcal{F}_0\right] && \text{definitionsgemäß aus (2.1)} \\
&= \mathrm{E}\left[\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}^u_{t+1} | \mathcal{F}_t\right] - (1+g_t)\widetilde{FCF}^u_t | \mathcal{F}_0\right] && \text{Rechenregel 3} \\
&= \mathrm{E}[0 | \mathcal{F}_0] && \text{Fundamentalannahme} \\
&= 0\,.
\end{aligned}$$

Nun kommen wir zum Beweis, dass die Störterme unkorreliert sind. Wir betrachten zwei Zeitpunkte $s < t$ und müssen zeigen, dass die Kovarianz $\mathrm{Cov}[\tilde{\varepsilon}_s, \tilde{\varepsilon}_t]$ verschwindet. Wir wissen schon, dass die Erwartungswerte der Störterme null sind. Aus der Eigenschaft der Kovarianz folgt damit sofort

$$\begin{aligned}
\mathrm{Cov}[\tilde{\varepsilon}_s, \tilde{\varepsilon}_t] &= \mathrm{E}[\tilde{\varepsilon}_s \tilde{\varepsilon}_t] - \mathrm{E}[\tilde{\varepsilon}_s]\,\mathrm{E}[\tilde{\varepsilon}_t] \\
&= \mathrm{E}[\tilde{\varepsilon}_s \tilde{\varepsilon}_t]\,.
\end{aligned}$$

Aus den Rechenregeln sowie der Definition der Störterme folgt zuerst

$$\begin{aligned}
\mathrm{Cov}[\tilde{\varepsilon}_s, \tilde{\varepsilon}_t] &= \mathrm{E}[\tilde{\varepsilon}_s \tilde{\varepsilon}_t] \\
&= \mathrm{E}[\tilde{\varepsilon}_s \tilde{\varepsilon}_t | \mathcal{F}_0] && \text{Rechenregel 1} \\
&= \mathrm{E}[\mathrm{E}[\tilde{\varepsilon}_s \tilde{\varepsilon}_t | \mathcal{F}_s] | \mathcal{F}_0] && \text{Rechenregel 2} \\
&= \mathrm{E}[\tilde{\varepsilon}_s\,\mathrm{E}[\tilde{\varepsilon}_t | \mathcal{F}_s] | \mathcal{F}_0] && \text{Rechenregel 5} \\
&= \mathrm{E}\Big[\tilde{\varepsilon}_s\,\underbrace{\mathrm{E}[(\widetilde{FCF}^u_{t+1} - (1+g_t)\widetilde{FCF}^u_t) | \mathcal{F}_s]}_{:=h} | \mathcal{F}_0\Big] && \text{aus (2.1)}
\end{aligned}$$

Jetzt konzentrieren wir uns auf Term h und erhalten aus den Rechenregeln sowie der Fundamentalannahme

$$\begin{aligned}
h &= \mathrm{E}[(\widetilde{FCF}^u_{t+1} - (1+g_t)\widetilde{FCF}^u_t) | \mathcal{F}_s] \\
&= \mathrm{E}[\mathrm{E}[(\widetilde{FCF}^u_{t+1} - (1+g_t)\widetilde{FCF}^u_t) | \mathcal{F}_t] | \mathcal{F}_s] && \text{Rechenregel 2} \\
&= 0\,. && \text{Fundamentalannahme}
\end{aligned}$$

Damit aber verschwindet die Kovarianz, und genau das war zu zeigen.

Rechtfertigung der Fundamentalannahme Jede ökonomische Theorie beruht auf Annahmen. Zahlreiche Witze, die man über uns Ökonomen zu erzählen pflegt, benutzen die Tatsache, dass wir gelegentlich weltfremd anmutende Voraussetzungen verwenden. Ökonomen, die ernst genommen werden wollen, müssen sich daher die Frage gefallen lassen, ob sich ihre

Annahmen rechtfertigen lassen. Dürfen wir tatsächlich guten Gewissens unterstellen, dass für die freien Cashflows eines Unternehmens die Fundamentalannahme erfüllt ist? Ist diese Annahme nicht vielleicht vollkommen "realitätsfremd"?

Nach unserer Erfahrung beschäftigen sich praktische Unternehmensbewerter normalerweise überhaupt nicht mit der Frage, welchen Verteilungsgesetzen unsichere künftige Cashflows gehorchen. Sie beschränken sich vielmehr darauf, die Erwartungswerte dieser künftigen Cashflows zu schätzen. Man kann nun zeigen, dass es für jede beliebige Abfolge von Erwartungswerten immer Modelle mit Aufwärts– und Abwärtsbewegungen analog zu Abbildung 1.2 auf Seite 17 derart gibt, dass die Fundamentalannahme erfüllt wird.[2] Das bedeutet aber nichts anderes als dass ein Bewerter mit geschätzten Erwartungswerten von Cashflows davon ausgehen kann, dass – gewissermaßen im Hintergrund – stets ein Modell existiert, das der Fundamentalannahme entspricht.[3] Alles in allem halten wir die Fundamentalannahme daher für praktisch akzeptabel.

Folgerungen aus der Fundamentalannahme Akzeptiert man die Fundamentalannahme, so kann man beweisen, dass das unverschuldete Unternehmen immer eine deterministische Dividendenrendite aufweisen muss. Anders gesagt: der freie Cashflow des unverschuldeten Unternehmens ist ein nicht stochastisches Vielfaches des Unternehmenswerts.

Satz 2.2 (Deterministische Dividendenrendite) *Wenn die Kapitalkosten deterministisch sind und von der Fundamentalannahme ausgegangen werden kann, dann ist die Dividendenrendite* d_t^u

$$d_t^u := \frac{\widetilde{FCF}_t^u}{\widetilde{V}_t^u}$$

für alle Zeitpunkte t *deterministisch.*

Den Beweis dieser Aussage haben wir in den Anhang verbannt.

Preise einzelner Cashflows Nun wollen uns einer zweiten Folgerung zuwenden, die man aus der Fundamentalannahme ableiten kann. Leider lässt sich diese Implikation nicht ganz so leicht ökonomisch interpretieren. Betrachten wir aber, um doch eine gewisse Vorstellung zu bekommen, den freien Cashflow eines beliebigen Jahres t. Ohne weitere Annahmen in Bezug auf den Kapitalmarkt können wir nicht davon ausgehen, dass ein Anspruch auf diesen einzelnen Cashflow am Markt gehandelt wird. Andernfalls hätte der Erwerber einer Aktie sozusagen Anspruch auf Dividende, nicht aber auf den späteren Verkaufserlös seines Wertpapiers. Die Frage, welche wir uns stellen wollen, lautet: welchen Preis sollte ein Investor im Zeitpunkt $\tau < t$ für einen isolierten freien Cashflow $\widetilde{FCF}_t^u$ zahlen?

Obwohl wir die Grundlagen der Theorie der Arbitragefreiheit nicht präzise entwickelt haben, dürfen wir uns des Fundamentalsatzes der Preistheorie im Wege eines Analogieschlusses bedienen. Wenn wir mit diesem Satz nämlich sowohl verschuldete als auch unverschuldete Unternehmen bewerten können, dann sollte dies auch für den Anspruch auf einen isolierten

[2] Der Nachweis erfordert etwas aufwendige Rechnungen, die wir uns hier ersparen.

[3] Wer sich die Mühe macht und zu unserem Beispiel der Abbildung 1.2 zurückkehrt, wird feststellen, dass für die Cashflows dieses Beispiels die Fundamentalannahme gilt.

Cashflow möglich sein. Dieser Cashflow wird bewertet, indem wir die Erwartung unter der risikoneutralen Wahrscheinlichkeit bilden und sie dann risikolos diskontieren,[4]

$$\frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}^u_\tau|\mathcal{F}_t\right]}{(1+r_f)^{\tau-t}}.$$

Der vorstehende Ausdruck gibt den Wert des freien Cashflows $\widetilde{FCF}^u_t$ im Zeitpunkt τ an. Man erkennt sofort, dass diese Bewertungsformel zwar äußerst elegant, aber gleichzeitig vollkommen nutzlos ist: wir wissen nahezu nichts über das Wahrscheinlichkeitsmaß Q. Wenn nun allerdings die Fundamentalannahme gültig ist, dann gibt es einen zweiten Weg, den uns interessierenden Cashflow zu bewerten. Wir können zeigen, dass die Bewertung mit der risikoneutralen Wahrscheinlichkeit durch eine Bewertung mit Kapitalkosten ersetzt werden kann.

Satz 2.3 (Äquivalenz der Bewertungskonzepte) *Wenn die Kapitalkosten deterministisch sind und von der Fundamentalannahme ausgegangen werden kann, dann gilt für alle Zeitpunkte* $\tau > t$

$$\boxed{\frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}^u_\tau|\mathcal{F}_t\right]}{\left(1+r_f\right)^{\tau-t}} = \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}^u_\tau|\mathcal{F}_t\right]}{\left(1+k^{E,u}_t\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+k^{E,u}_{\tau-1}\right)}}.$$

Dass dieser Satz aus den getroffenen Annahmen folgt, kann man wohl kaum ohne weiteres erkennen. Da der Beweis etwas Raum in Anspruch nimmt und vielleicht auch nicht jeden Leser wirklich interessiert, haben wir ihn in einen Anhang verbannt.[5]

Kritische Leser könnten vermuten, dass es sich bei diesem Satz um eine simple Anwendung der Definition der Kapitalkosten 1.4 handelt. Dies wäre allerdings ein Trugschluss, und um dafür Verständnis zu vermitteln, wollen wir darauf etwas genauer eingehen. Schlichtes Gleichsetzen der Gleichung (1.7) mit dem Satz (2.1) führt uns für unverschuldete Unternehmen auf das Resultat

$$\widetilde{V}^u_t = \sum_{\tau=t+1}^{T}\frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}^u_\tau|\mathcal{F}_t\right]}{\left(1+r_f\right)^{\tau-t}} = \sum_{\tau=t+1}^{T}\frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}^u_\tau|\mathcal{F}_t\right]}{\left(1+k^{E,u}_t\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+k^{E,u}_{\tau-1}\right)}.$$

Die vorstehenden Gleichung ist wenig überraschend, da sie nur die Äquivalenz zweier verschiedener Rechenwege behauptet: entweder nutzt man die risikoneutrale Wahrscheinlichkeit und den risikolosen Zins, oder aber der Bewerter verwendet die subjektive Wahrscheinlichkeit und die (entsprechend) definierten Kapitalkosten. Da die Kapitalkosten nun gerade so definiert wurden, dass beide Ausdrücke identische Werte liefern, gibt es keinen Grund, sich über im Ergebnis gleiche Unternehmenswerte zu wundern.

Überraschend ist jedoch die Aussage, dass nicht nur die Summen, sondern auch die Summanden in der letzten Gleichung übereinstimmen. Dies ist alles andere als offensichtlich, wie schon das Beispiel

$$4+6=3+7$$

[4] Mit fortgeschrittenen mathematischen Methoden kann man zeigen, dass diese Vorgehensweise tatsächlich in Bezug auf alle nur denkbaren Zahlungsansprüche zulässig ist.

[5] Im vorliegenden Satz haben die Kapitalkosten einen Zeitindex, nicht dagegen der risikolose Zins. Wir hatten bereits darauf hingewiesen, dass wir eine flache Zinsstrukturkurve unterstellten; auch dieser der Satz ließe sich jedoch völlig unproblematisch auf den Fall einer nicht-flachen Zinsstrukturkurve verallgemeinern.

zeigt. Der Leser sollte beide Aussagen (die Identität der Summen sowie die Identität der Summanden) genau auseinander halten. Unsere Aussage ist alles andere als selbstverständlich und bedarf durchaus eines Beweises.

Wir besitzen nun die Grundlagen für unsere Theorie der DCF–Verfahren. In den folgenden Kapiteln muss sich zeigen, was diese Grundlagen leisten können.

2.2 Grundsätzliches über verschuldete Unternehmen

Wir beenden jetzt die Auseinandersetzung mit dem unverschuldeten Unternehmen und wenden uns dem wirklichkeitsnahen Fall des verschuldeten Unternehmens zu. Für diesen Zweck brauchen wir zunächst eine klare Trennlinie zwischen Eigen– und Fremdkapital.[6] Des weiteren werden wir herausarbeiten, in welcher Weise sich die Besteuerung von verschuldeten Unternehmen von der Besteuerung unverschuldeter Unternehmen unterscheidet. Diese Unterschiede in der Besteuerung haben Einfluss auf den Wert des Unternehmens. Und wie groß diese Werteinflüsse sind, ist davon abhängig, welche Finanzierungspolitik die Manager des zu bewertenden Unternehmens betreiben. Im Anschluss an die grundsätzliche Darstellung dieses Zusammenhangs werden wir zahlreiche denkbare Formen der Finanzierungspolitik in ihren Wirkungen auf den Unternehmenswert analysieren und die jeweils geeigneten Bewertungsgleichungen herleiten.

2.2.1 Eigen– und Fremdkapital

Abgrenzung und Verteilungsregel Um rasch zu einem brauchbaren Ergebnis zu kommen, unterstellen wir, dass das zu bewertende Unternehmen eine Kapitalgesellschaft ist, deren Financiers sich in zwei Klassen einteilen lassen. Die Financiers stellen Kapital zur Verfügung, das die Manager dazu verwenden, riskante Investitionen zu realisieren. Im Gegenzug erhalten die Kapitalgeber Wertpapiere, mit denen sie ihre Ansprüche auf finanzielle Gegenleistungen für die Kapitalüberlassung geltend machen können. Diese Wertpapiere nennen wir Anleihen beziehungsweise Aktien. Obwohl unsere Wortwahl vermutlich bereits hinreichend klar ist, wollen wir doch eine wichtige Eigenschaft der Wertpapiere festhalten. Wir gehen davon aus, dass Aktien und Anleihen an Kapitalmärkten gehandelt werden, also jederzeit gekauft und verkauft werden können. Die Wertpapiere besitzen damit Marktpreise, und wir bezeichnen den Marktwert der Aktien (Marktwert des Eigenkapitals) im Zeitpunkt t mit $\widetilde{E}_t$, den Marktwert der Anleihen (Marktwert des Fremdkapitals) mit $\widetilde{F}_t$.

Die insgesamt erwirtschafteten Nettoerträge des Unternehmens sind unsicher und werden in der Weise auf die Kapitalgeber verteilt, dass zunächst die Fremdkapitalgeber (Gläubiger, Anleihebesitzer) bedient werden, während die Eigenkapitalgeber (Eigentümer, Aktionäre) sich mit dem gegebenenfalls verbleibenden Rest zufrieden geben müssen. Weitere Kapitalgeber sind nicht zu berücksichtigen. Die Verteilungsregel sei vollkommen eindeutig.

Keine Kreditausfälle Wir unterstellen, dass Kredite nicht ausfallbedroht sind, und folgen damit einer in der DCF–Literatur weit verbreiteten Tradition. Dieses Konzept steht im kras-

[6] Es ist bekannt, dass eine eindeutige Abgrenzung mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden sein kann, wenn man diese vor dem Hintergrund aller in der Praxis vorkommenden Finanzierungsverträge vornehmen will.

sen Gegensatz zu den Erfahrungen, die Banken mit ihren Kreditnehmern haben. In der Realität sind die Forderungen von Kreditgebern selbstverständlich in bemerkenswertem Ausmaß von Ausfällen bedroht, und es gibt unter dem Stichwort Kreditrisiko heute eine nur noch schwer übersehbare Fülle von Büchern und Aufsätzen, die sich mit der Messung und dem Management dieser speziellen Art von Risiko auseinandersetzen. Wir werden dagegen davon ausgehen, dass auch in ungünstigen Zukunftslagen den vertraglich vereinbarten Zins– und Tilgungsleistungen stets vollständig entsprochen wird. Die Manager vereinbaren mit den Fremdkapitalgebern als Zinssatz immer den risikolosen Zins r_f.

Diese Vorgehensweise hat unmittelbar zwei Konsequenzen, auf die wir unsere Leser aufmerksam machen wollen. Die erste Folge besteht darin, dass es keinen Unterschied zwischen Marktwert und Buchwert des Fremdkapitals gibt. Die in den Bilanzen des zu bewertenden Unternehmens angegebenen Kreditbeträge entsprechen ihren Marktpreisen. Die zweite Konsequenz ist darin zu sehen, dass das verschuldete Unternehmen dieselben Brutto–Cashflows erwirtschaftet wie das unverschuldete, und zwar sowohl in Bezug auf die Höhe als auch in Bezug auf den zeitlichen Horizont. Im Fall von Krediten, die ausfallbedroht sind, muss nämlich damit gerechnet werden, dass ein hinreichend stark verschuldetes Unternehmen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit insolvent wird. Die Zahlungsunfähigkeit kann dann dazu führen, dass das Unternehmen seine Geschäftstätigkeit einstellen muss, also weniger lange lebt als ein im übrigen identisches Unternehmen, das unverschuldet bleibt.

Notation In den Gleichungen, die wir bisher verwendet haben, hatten wir es immer mit freien Cashflows und Unternehmenswerten zu tun. Im vorigen Kapitel, als es um unverschuldete Unternehmen ging, haben wir die uns benötigten Symbole mit dem Index u versehen. Jetzt werden wir den Index l benutzen, weil es um verschuldete Unternehmen (Englisch: levered firms) geht. Wir schreiben also $\widetilde{FCF}_t^l$ beziehungsweise $\widetilde{V}_t^l$. Für die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens werden wir das $\widetilde{k}_t^{E,l}$ Symbol verwenden.

Wir werden eine ganze Reihe weiterer Symbole einführen müssen. Immer dann, wenn diese Symbole im Zusammenhang mit einem unverschuldeten Unternehmen verwendet werden, wird dies am Index u erkennbar sein. Geht es dagegen um ein verschuldetes Unternehmen, werden wir das mit Hilfe des Index l deutlich machen.

Marktwert des Unternehmens, Fremdkapitalquote und Verschuldungsgrad Das Ziel unserer Theorie ist die Ermittlung des *Marktwerts eines Unternehmens*. Für den Marktwert des verschuldeten Unternehmens im Zeitpunkt t verwenden wir das Symbol $\widetilde{V}_t^l$. Die Tilde über dem Symbol macht klar, dass es sich in der Regel um eine Zufallsvariable handelt. Wenn wir ausdrücken wollen, dass keine Zufallsvariable vorliegt, schreiben wir V_t^l. Der Marktwert des Unternehmens ist nichts anderes als die Summe aus dem Marktwert des Eigenkapitals und dem Marktwert des Fremdkapitals,

$$\widetilde{V}_t^l := \widetilde{E}_t + \widetilde{F}_t\,.$$

Für unsere weiteren Überlegungen werden Fremdkapitalquoten und Verschuldungsgrade eine große Rolle spielen. Die Fremdkapitalquote misst das Verhältnis von Fremdkapital zum Marktwert des Unternehmens,

$$\widetilde{l}_t := \frac{\widetilde{F}_t}{\widetilde{V}_t^l}\,, \tag{2.2}$$

während der Verschuldungsgrad (debt equity ratio) in der Form

$$\widetilde{L}_t := \frac{\widetilde{F}_t}{\widetilde{E}_t} \tag{2.3}$$

definiert ist. Wenngleich wir in diesem und den vorangegangenen Abschnitten immer von der Fremdkapitalquoten Gebrauch machten, könnten wir auch den Verschuldungsgrad verwenden: da beide Größen auf elementare Weise ineinander umgerechnet werden können, ist dies keine Einschränkung. Es gilt $\widetilde{L}_t = \frac{\widetilde{l}_t}{1-\widetilde{l}_t}$. Es sei betont, dass alle Größen in Marktwerten gemessen werden, wenn wir mit diesen Symbolen arbeiten.

Buchwerte In einigen Abschnitten dieses Kapitels wird es um Buchwerte des Eigen– und des Fremdkapitals gehen. Das sind diejenigen Werte, mit denen die Ansprüche der Eigentümer beziehungsweise Gläubiger in der Bilanz des zu bewertenden Unternehmens zu finden sind. Als Symbole für das Fremd– und Eigenkapital zu Buchwerten verwenden wir $\widetilde{\mathfrak{F}}_t$ beziehungsweise $\widetilde{\mathfrak{E}}_t$. Die Summe aus Eigen– und Fremdkapital im Zeitpunkt t schreiben wir in der Form

$$\widetilde{\mathfrak{V}}_t^l = \widetilde{\mathfrak{E}}_t + \widetilde{\mathfrak{F}}_t \, .$$

Für die in Buchwerten gemessene Fremdkapitalquote werden wir

$$\widetilde{\mathfrak{l}}_t := \frac{\widetilde{\mathfrak{F}}_t}{\widetilde{\mathfrak{V}}_t^l} \tag{2.4}$$

und den entsprechend gemessenen Verschuldungsgrad

$$\widetilde{\mathfrak{L}}_t := \frac{\widetilde{\mathfrak{F}}_t}{\widetilde{\mathfrak{E}}_t}$$

notieren.

2.2.2 Gewinn und Steuern

Im Grundlagenkapitel dieses Buches haben wir einführend über Brutto–Cashflows und freie Cashflows gesprochen. Die dort entwickelten Begriffe reichten vollkommen dazu aus, Bewertungsgleichungen für Unternehmen zu entwickeln, deren Finanzierungspolitik nicht detailliert festgelegt war (Kapitel 1) oder die vollkommen mit Eigenkapital finanziert waren (Kapitel 2.1). Jetzt soll es um verschuldete Unternehmen gehen, was uns dazu zwingt, mehr formale Struktur in die Begriffe zu bringen. Um die erforderlichen Zusammenhänge zu verstehen, betrachte man Tabelle 2.1. Zieht man von den Brutto–Cashflows die Abschreibungen ab, so gelangt man zum Gewinn vor Zinsen und Steuern (EBIT). Da wir davon ausgehen, dass sich das unverschuldete vom verschuldeten Unternehmen weder in Bezug auf die Brutto–Cashflows noch hinsichtlich der Abschreibungen unterscheidet, müssen auch die EBIT für das eigenfinanzierte ebenso groß sein wie für das anteilig fremdfinanzierte Unternehmen. Die ersten drei Zeilen der Tabelle sind daher für das verschuldete wie das unverschuldete Unternehmen identisch, während die letzten vier Zeilen verschiedene Werte enthalten werden. Fremdkapitalzinsen fallen natürlich nur im verschuldeten Unternehmen an. Ziehen wir sie ab, kommen wir zum Gewinn vor Steuern, und vermindern wir auch noch um die Steuern, so erhalten wir endlich den Gewinn nach Zinsen und Steuern (Netto–Gewinn).

	Brutto-Cashflow vor Steuern	$\widetilde{BCF}_t$
–	Abschreibungen	$\widetilde{AfA}_t$
=	Gewinn vor Zinsen und Steuern	$\widetilde{EBIT}_t$
–	Zinsen	$\tilde{Z}_t$
=	Gewinn vor Steuern (EBT)	$\widetilde{EBIT}_t - \tilde{Z}_t$
–	Steuern	$\tilde{S}_t$
=	Gewinn	$\widetilde{EBIT}_t - \tilde{Z}_t - \tilde{S}_t$

Tabelle 2.1: Vom Brutto-Cashflow zum Netto-Gewinn

Steuergleichung Ob die Steuern des verschuldeten Unternehmens sich von den Steuern des unverschuldeten Unternehmens unterscheiden, hängt davon ab, wie die Bemessungsgrundlage definiert ist. Wie im ersten Kapitel angekündigt wurde, beschränken wir uns in unserem Buch auf eine Unternehmenssteuer und lassen Ertragsteuern auf Gesellschafterebene außer Betracht. Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer ist der Gewinn vor Steuern (EBT). Mithin gilt für das unverschuldete Unternehmen,

$$\tilde{S}_t^u = s \cdot \widetilde{EBIT}_t, \tag{2.5}$$

während die Steuergleichung für das verschuldete Unternehmen die Form

$$\begin{aligned} \tilde{S}_t^l &= s \cdot \left(\widetilde{EBIT}_t - \tilde{Z}_t\right) \\ &= \tilde{S}_t^u - s\tilde{Z}_t \end{aligned} \tag{2.6}$$

annimmt. Die Steuern des verschuldeten Unternehmens sind also um das Produkt aus Steuersatz und Fremdkapitalzinsen kleiner als die Steuern des völlig eigenfinanzierten Unternehmens. Fremdfinanzierung wird durch die hier modellierte Steuer also begünstigt.

Die Steuergleichungen sollen unabhängig vom Vorzeichen der Bemessungsgrundlage gelten. Ist die Bemessungsgrundlage positiv, muss das Unternehmen Steuer zahlen; ist sie dagegen negativ, erhält das Unternehmen vom Finanzamt eine Rückzahlung in Höhe der Steuerschuld. Realistischere Verlustausgleichs- oder Verlustrücktragsregelungen werden von uns nicht modelliert.

Das eigenfinanzierte Unternehmen zahlt höhere Steuern als das fremdfinanzierte Unternehmen, weil Kreditzinsen abgezogen werden dürfen. Anhand der Gleichungen (2.5) und (2.6) können wir den auf die Fremdfinanzierung zurückzuführenden Steuervorteil exakt quantifizieren. Im Zeitpunkt t haben wir es bei einem fremdfinanzierten Unternehmen mit Steuervorteilen in Höhe von $s\tilde{Z}_t$ zu tun. Im Folgenden wird es um die Frage gehen, welchen Wert diese Steuervorteile besitzen. Ein – wenn nicht das – Kernproblem der DCF-Verfahren ist die Ermittlung des Werts der kreditbedingten Steuervorteile.

2.2.3 Bewertungsrelevante Formen der Finanzierungspolitik

Komponenten der Steuervorteile Wenden wir uns nun in einem ersten Versuch der Bewertung von Steuervorteilen des anteilig fremdfinanzierten Unternehmens zu. Die Steuervorteile sind, wie wir eben festgestellt haben, darauf zurückzuführen, dass Fremdkapitalzinsen bei der Bemessungsgrundlage der Unternehmenssteuer abgezogen werden dürfen. Unterstellen wir einen Fremdkapitalzinssatz r_f, der sich im Zeitablauf nicht ändert, so belaufen sich die Zinsen, die das Unternehmen im Zeitpunkt t zu zahlen hat, auf $\widetilde{Z}_t = r_f \widetilde{F}_{t-1}$, was – gegenüber dem unverschuldeten Unternehmen – zu einer Steuerersparnis in Höhe von

$$s r_f \widetilde{F}_{t-1}$$

führt. Wer sich als Wirtschaftsprüfer, Investmentbanker oder Unternehmensberater professionell mit Unternehmensbewertung zu beschäftigen hat, weiß nur zu genau, dass praktisch jeder dieser drei Faktoren unsicher ist. Wir haben im Rahmen unserer Modellbetrachtung jedoch über die Annahmen dafür gesorgt, dass einzig die Fremdkapitalbestände $\widetilde{F}_{t-1}$ unsicher werden können. Sowohl der Fremdkapitalzinssatz r_f als auch der Steuersatz s sind voraussetzungsgemäß sicher.

Risikolose Diskontierung um eine Periode Jetzt versetzen wir uns gedanklich in den Zeitpunkt $t-1$. In diesem Zeitpunkt besteht ein Fremdkapitalbestand in Höhe von $\widetilde{F}_{t-1}$. Eine logische Sekunde nach dem Zeitpunkt $t-1$ besitzt man notwendigerweise die Information, wie groß $\widetilde{F}_{t-1}$ ist. Also kennt man im Zeitpunkt $t-1$ auch die Steuervorteile $s r_f \widetilde{F}_{t-1}$, die sich daraus eine Periode später ergeben, mit absoluter Sicherheit. Wenn es um deren Diskontierung auf den Zeitpunkt $t-1$ geht, muss deshalb der risikolose Zinssatz angewendet werden,

$$\text{Wert der Steuervorteile im Zeitpunkt } t-1 = \frac{s r_f \widetilde{F}_{t-1}}{1+r_f}.$$

Diskontierung um mehr als eine Periode Bei der Berechnung des Wertes von Steuervorteilen geht es aber selbstverständlich nur im Ausnahmefall um die Diskontierung um eine einzige Periode. Vielmehr geht es allgemein um die Diskontierung auf den Zeitpunkt $t = 0$. Um dies in angemessener Weise zu bewerkstelligen, brauchen wir weitere Informationen über die Unsicherheit, der die Steuervorteile ausgesetzt sind. Wir wissen – annahmegemäß – zwar, wie hoch der Steuersatz und der risikolose Kreditzinssatz sein werden, jedoch können wir ohne weitere Annahmen in Bezug auf die Finanzierungspolitik im Zeitpunkt $t = 0$ nicht wissen, wie hoch das Fremdkapital des zu bewertenden Unternehmens im Zeitpunkt im Zeitpunkt $t > 0$ sein wird.

Uns bleibt nichts anderes übrig, als weitere Annahmen zu treffen, die Auskunft über die künftige Verschuldungspolitik des Unternehmens geben. Nur auf diese Weise werden wir beantworten können, welche Fremdkapitalbestände $\widetilde{F}_t$ sich in den Zeitpunkten $t > 0$ einstellen werden, mit welchem Risiko diese Bestände behaftet sind und wie demzufolge die daraus resultierenden Steuervorteile zu bewerten sind. Ohne solche Annahmen in Bezug auf die Finanzierungspolitik des verschuldeten Unternehmens können die Steuervorteile nicht angemessen bewertet werden.

Der in der Unternehmensbewertung tätige Praktiker wird hier möglicherweise verwundert konstatieren, dass die Bewertung des Unternehmens an von ihm zu treffende Annahmen gebunden ist. Damit erhält der Unternehmenswert ein Element der Beliebigkeit oder – um es drastischer zu sagen – ein Element der Manipulation. Wir müssen dem entgegenhalten, dass jede Bewertung auf Erwartungen über die Zukunft beruht. Wer die Umsatzzahlen nicht prognostiziert, wer nicht weiß, wie sich der Materialaufwand entwickeln wird, kann kein Unternehmen bewerten. Alle diese und weitere Annahmen enthalten ein Element der Willkür, und daher ist es nur folgerichtig, wenn auch die Finanzierungspolitik vom Bewerter zu berücksichtigen ist.

Verschiedene Finanzierungspolitiken Wenden wir uns nun verschiedenen möglichen Finanzierungspolitiken zu. Wir konstatieren, dass in der DCF–Literatur an dieser Stelle regelmäßig zwei Konzepte ins Spiel gebracht werden.[7] Bei autonomer Finanzierung wird unterstellt, dass die Fremdkapitalbestände bereits im Bewertungszeitpunkt fixiert werden. Bei wertorientierter Finanzierung wird dagegen unterstellt, dass in der Gegenwart die Fremdkapitalquoten fixiert werden.

Auch wir werden beide Finanzierungspolitiken untersuchen. Wenn es sich um Fremdkapitalquoten handelt, die in Marktwerten gemessen werden, werden wir im Folgenden jedoch genauer von Marktwert–orientierter Finanzierungspolitik sprechen. Wir werden zudem der Diskussion drei weitere Finanzierungspolitiken hinzufügen, die wir Cashflow–, Dividenden– und Buchwert–orientierte Politik nennen wollen. Diese fünf Politiken können in kurzer Form wie folgt charakterisiert werden:

1. Bei *autonomer Finanzierungsweise* sind die zukünftigen Fremdkapitalmengen deterministisch.

2. Bei der *Marktwert–orientierten Finanzierung* legt der Bewerter die künftigen Fremdkapitalquoten zu Marktwerten fest.

3. Bei der *Buchwert–orientierten Finanzierung* werden die künftigen Fremdkapitalquoten nicht zur Marktwerten, sondern zu Buchwerten fixiert.

4. Bei der *Cashflow–orientierten Finanzierung* orientiert sich der Fremdkapitalbestand an den Cashflows des Unternehmens.

5. Bei der *Dividenden–orientierten Finanzierung* wird der Fremdkapitalbestand des Unternehmens so gesteuert, dass eine im voraus festgelegte Dividende ausgeschüttet werden kann.

Die Frage, welche dieser Finanzierungspolitiken besonders wirklichkeitsnah ist, können und wollen wir hier nicht beantworten. Wir sehen unsere Aufgabe vielmehr darin, alle nur denkbaren Finanzierungspolitiken zusammenzutragen und zu zeigen, wie im Falle der Anwendung dieser Politiken zu bewerten ist. Welchen Weg ein konkretes Unternehmen geht, hängt sowohl von den Kreditverträgen mit dem Kreditgeber als auch den Zielen und Vorstellungen der Manager ab.

Zur Bestimmung der Unternehmenswerte verschiedener Finanzierungspolitiken benötigen wir eine wichtige Gleichung. Sowohl für das verschuldete als auch das unverschuldete Unternehmen gelten die Aussagen des Fundamentalsatzes der Preistheorie,[8] insbesondere auch die daraus folgenden Bewertungsaussagen des Satzes 1.2. Daher wissen wir, dass man

[7] Bei *Brealey und Myers* (2000, p. 560) wird in ähnlichem Zusammenhang zwischen zwei Finanzierungsregeln unterschieden, Rule 1 (debt fixed) und Rule 2 (debt rebalanced).

[8] Siehe oben Seite 24.

den Wert des unverschuldeten Unternehmens mit Hilfe der Gleichung

$$\widetilde{V}_t^u = \frac{\mathrm{E}_Q[\widetilde{FCF}_{t+1}^u|\mathcal{F}_t]}{1+r_f} + \ldots + \frac{\mathrm{E}_Q[\widetilde{FCF}_T^u|\mathcal{F}_t]}{(1+r_f)^{T-t}}$$

ermitteln lässt. Der Fundamentalsatz gilt unabhängig davon, wie das Unternehmen finanziert ist. Die freien Cashflows vor Steuern des verschuldeten und des unverschuldeten Unternehmens sind identisch, nur die Steuerzahlungen unterscheiden sich,

$$\widetilde{FCF}_t^l = \widetilde{FCF}_t^u + sr_f\widetilde{F}_{t-1}.$$

Daher ist der Wert des verschuldeten Unternehmens durch die Beziehung

$$\widetilde{V}_t^l = \frac{\mathrm{E}_Q[\widetilde{FCF}_{t+1}^u + sr_f\widetilde{F}_t|\mathcal{F}_t]}{1+r_f} + \ldots + \frac{\mathrm{E}_Q[\widetilde{FCF}_T^u + sr_f\widetilde{F}_{T-1}|\mathcal{F}_t]}{(1+r_f)^{T-t}}$$

gegeben. Aus beiden Bewertungsgleichungen können wir unmittelbar ablesen, dass sich der Marktwert des verschuldeten Unternehmens vom Marktwert des unverschuldeten nur um den Wert der Steuervorteile unterscheidet

$$\widetilde{V}_t^l = \widetilde{V}_t^u + \frac{\mathrm{E}_Q[sr_f\widetilde{F}_t|\mathcal{F}_t]}{1+r_f} + \ldots + \frac{\mathrm{E}_Q[sr_f\widetilde{F}_{T-1}|\mathcal{F}_t]}{(1+r_f)^{T-t}}. \tag{2.7}$$

Diese Gleichung werden wir für alle Finanzierungspolitiken verwenden können.

2.3 Autonome Finanzierung (APV)

Wir sprechen von autonomer Finanzierung, wenn im Bewertungszeitpunkt $t = 0$ bereits alle zukünftigen Fremdkapitalmengen festgelegt sind. In diesem Fall folgt das Unternehmen einem vollkommen starren Tilgungsplan. Die Frage, ob es sich bei der autonomen Finanzierung um eine realistische Annahme handelt, interessiert uns nicht wirklich. Wir vermuten jedoch, dass autonome Finanzierung ziemlich realitätsnah ist.

Definition 2.2 (autonome Finanzierung) *Ein Unternehmen ist autonom finanziert genau dann, wenn die künftigen Fremdkapitalmengen $\widetilde{F}_t$ bereits heute sichere Größen sind.*

Unter dieser Annahme sind auch die Steuervorteile sicher und können mit dem risikolosen Zins diskontiert werden. Das führt ganz direkt zur so genannten APV–Formel. Die Abkürzung steht für adjusted present value.

Satz 2.4 (APV–Formel) *Im Fall der autonomen Finanzierung gilt für den Marktwert des verschuldeten Unternehmens in jedem Zeitpunkt die Gleichung*

$$\boxed{\widetilde{V}_t^l = \widetilde{V}_t^u + \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{sr_fF_{\tau-1}}{(1+r_f)^{\tau-t}}}\,.$$

Dieser Satz kann wie folgt bewiesen werden. Wir gehen aus von der Gleichung (2.7) und nutzen die Tatsache aus, dass unser Unternehmen einer starren Tilgungspolitik folgt. Sind aber die $\widetilde{F}_t$ keine Zufallsvariablen mehr, so vereinfacht sich die letzte Gleichung aufgrund der Rechenregel 4 zu

$$\widetilde{V}_t^l = \widetilde{V}_t^u + \frac{sr_fF_t}{1+r_f} + \ldots + \frac{sr_fF_{T-1}}{(1+r_f)^{T-t}}.$$

Damit ist unsere Aussage bewiesen.

Dauerhaft konstanter Fremdkapitalbestand Abschließend wollen wir den Fall eines ewig gleich bleibenden Fremdkapitalbestandes betrachten. Wir setzen also voraus, dass das im Zeitpunkt t vorhandene Fremdkapital im weiteren Zeitablauf nicht durch Tilgungsmaßnahmen oder weitere Kreditaufnahmen verändert wird. In diesem Fall vereinfacht sich die letzte Bewertungsformel zu einer Gleichung, die nach ihren Entdeckern benannt wird.

Satz 2.5 (Modigliani–Miller–Formel) *Wenn das Unternehmen ewig lebt, die Voraussetzungen des Satzes 2.4 erfüllt sind und das Fremdkapital konstant bleibt, dann gilt für den Marktwert des verschuldeten Unternehmens*

$$\boxed{\widetilde{V}_t^l = \widetilde{V}_t^u + sF_t}\,.$$

Zum Beweis des Satzes formen wir den rechten Summanden in Satz 2.4 mit Hilfe der Gleichung der geometrischen Rente um. Bei Konstanz des Fremdkapitals erhalten wir

$$\begin{aligned}\widetilde{V}_t^l &= \widetilde{V}_t^u + sr_f F_t \sum_{\tau=t+1}^{\infty} \frac{1}{(1+r_f)^{\tau-t}} \\ &= \widetilde{V}_t^u + sr_f F_t \frac{1}{r_f}.\end{aligned}$$

Das war zu zeigen.

Eine etwas veränderte Darstellung erhalten wir, wenn wir uns auf den Zeitpunkt $t = 0$ konzentrieren und zugleich unterstellen, dass die erwarteten Cashflows in der Zeit konstant bleiben. Der Fremdkapitalbestand F_0 lässt sich als Produkt aus Fremdkapitalquote l und Marktwert des verschuldeten Unternehmens schreiben,

$$\begin{aligned}V_0^l &= V_0^u + s\,l\,V_0^l \\ (1-s\,l)V_0^l &= V_0^u.\end{aligned}$$

Nutzen wir nun die Annahme, dass die freien Cashflows im Zeitablauf gleich bleiben, so können wir den Marktwert des unverschuldeten Unternehmens als Barwert einer ewigen Rente berechnen, woraus

$$(1-s\,l)V_0^l = \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}^u\right]}{k^{E,u}}$$

und

$$V_0^l = \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}^u\right]}{(1-s\,l)k^{E,u}}$$

folgt. Die letzte Gleichung wird auch *Modigliani–Miller*–Anpassung genannt. Die in diesem Kapitel bewiesene Bewertungsgleichung löst das Problem, wie denn der Marktwert des verschuldeten Unternehmens zu bestimmen ist, vollständig. Wir werden auf diese Gleichung noch einmal im Zusammenhang mit der *Miles-Ezzell*–Anpassung zu sprechen kommen.[9]

2.4 Marktwert–orientierte Finanzierung (FTE, TCF, WACC)

Wenden wir uns jetzt einer weiteren Finanzierungspolitik zu. Wir werden im Folgenden unterstellen, dass die Manager des zu bewertenden Unternehmens eine Marktwert–orientierte Politik verfolgen.

[9] Siehe unten Seite 48 ff.

Definition 2.3 (Marktwert–orientierte Finanzierung) *Ein Unternehmen ist genau dann Marktwert–orientiert finanziert, wenn die Fremdkapitalquoten $\tilde{l}_t$ bereits heute sichere Größen sind.*

In anderem Zusammenhang wurde diese Finanzierung dadurch charakterisiert, dass die Verschuldung des Unternehmens mit dem Marktwert des Eigenkapitals "atme". Ändert sich der Marktwert des Eigenkapitals, so muss auch die Höhe der Verschuldung angepasst werden.

Unsichere Steuervorteile Wenn in einem Unternehmen die Fremdkapitalquoten und nicht die Fremdkapitalmengen vorgegeben sind, liegt keine autonome Finanzierung mehr vor. Um die Konsequenzen zu verdeutlichen unterstellen wir, dass das Management das Ziel verfolgt, im einem künftigen Zeitpunkt $t > 0$ eine Fremdkapitalquote von beispielsweise 50:100 realisieren will.[10] Lösen wir die Definitionsgleichung der Fremdkapitalquote (2.2) nach $\tilde{F}_t$ auf, so erhalten wir bei deterministischer Wahl der Quote

$$l_t \tilde{V}_t = \tilde{F}_t.$$

Das heißt: Wenn der Unternehmenswert $\tilde{V}_t$ aus heutiger Sicht eine unsichere Größe ist, dann ist auch der in diesem Zeitpunkt relevante Fremdkapitalbestand stochastisch, denn die Multiplikation einer Zufallsvariablen mit einer Zahl ergibt wieder eine Zufallsvariable. Die Hälfte einer unsicheren Größe ist selbstverständlich auch unsicher. Um die Zusammenhänge vollkommen zu verstehen, betrachte man Abbildung 2.1. Bei Marktwert–orientierter Finanzierung kann der Bewerter im Zeitpunkt $t = 0$ nicht mit Sicherheit sagen, wie groß der Fremdkapitalbestand im Zeitpunkt t ausfallen wird, weil der Unternehmenswert $\tilde{V}_t$ noch unsicher ist und der Fremdkapitalbestand mit diesem über die Quote fest gekoppelt ist. Wenn diese Unsicherheit sich aufgelöst hat – eine logische Sekunde nach dem Zeitpunkt t – sind die im Zeitpunkt $t = 1$ zu leistenden Zinszahlungen dagegen sicher. Dasselbe gilt für die im Zeitpunkt $t = 1$ resultierende Steuerersparnis $sr_f \tilde{F}_t$. Die Steuerersparnis ist also vom Zeitpunkt $t+1$ bis zum Zeitpunkt t mit dem risikolosen Zins zu diskontieren. Die Diskontierung von t auf 0 darf dagegen nicht mit r_f vorgenommen werden. Aus heutiger Sicht ist unsicher, wie viel Steuern das anteilig fremdfinanzierte Unternehmen sparen wird.

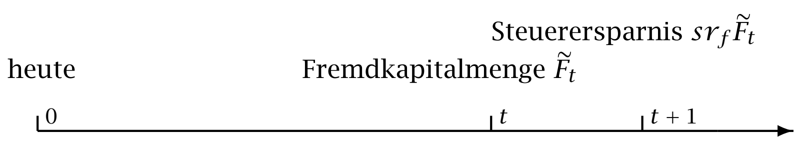

Abbildung 2.1: Zeitstruktur beim wertorientierter Finanzierung

Miles und Ezzell haben diesen Fall genauer untersucht und festgestellt, dass die APV–Gleichung des Satzes 2.4 nicht mehr anwendbar ist. Die kreditbedingten Steuerersparnisse sind unsicher, und unsichere Steuerersparnisse dürfen nicht mit risikolosen Zinssätzen diskontiert werden.[11]

[10] Woher das Management diese Zielgröße nimmt, wollen wir nicht weiter verfolgen.

[11] "Even though the firm might issue riskless debt, if financing policy is targeted to realized market values, the amount of debt outstanding in future periods is not known with certainty (unless the investment is riskless) ..." *Miles und Ezzell* (1980, p. 721).

Drei Rechenverfahren Im Falle einer solchen Verschuldungspolitik gibt es drei verschiedene Rechenverfahren, die alle zum selben Unternehmenswert führen. Dieser Unternehmenswert muss von dem Unternehmenswert abweichen, den wir mit der APV–Gleichung berechnen würden, weil keine autonome Finanzierungspolitik zugrunde gelegt wird.

Welche der drei Gleichungen der Bewerter verwenden sollte, hängt unter anderem vom Informationsstand ab, den er besitzt. Wir weisen hier darauf hin, dass die drei von uns nun zu beweisenden Gleichungen einen von der Marktwert–orientierten Finanzierung unabhängigen Gehalt besitzen: nicht in allen Fällen ist *unbedingt* eine Marktwert–orientierte Politik notwendig. Vielmehr genügen teilweise etwas schwächere Bedingungen.[12] Um diese auf den ersten Blick komplizierten Zusammenhänge verständlich zu machen, werden wir die drei Ansätze zuerst so allgemein wie möglich darstellen. Anschließend werden wir dann zeigen, welche Zusammenhänge zwischen ihnen bestehen. Erst bei diesem zweiten Schritt wird von der Annahme einer Marktwert–orientierten Finanzierung Gebrauch gemacht werden.

2.4.1 Equity Approach

Wir werden uns in diesem Abschnitt mit der Annahme arbeiten, dass die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens deterministisch sind. Zu diesem Zweck müssen wir die Eigenkapitalkosten definieren. Dabei empfiehlt es sich, zunächst einmal die Rückflüsse zu bestimmen, die den Eigenkapitalgebern des verschuldeten Unternehmens zustehen. Ausgangsgröße sind die freien Cashflows vor Steuern,

$$\widetilde{FCF}^u_{t+1} + \widetilde{S}^u_{t+1},$$

weil diese annahmegemäß im verschuldeten Unternehmen ebenso groß sind wie im verschuldeten Unternehmen. Von diesem Betrag müssen wir die Zahlungen an die Gläubiger und die Steuern des verschuldeten Unternehmens abziehen. Den Gläubigern stehen im Zeitpunkt $t+1$ sowohl Zins– als auch Tilgungszahlungen zu. Die Zinsansprüche belaufen sich auf $r_f \widetilde{F}_t$. Die Tilgungszahlung können wir als Differenz zwischen dem Vorjahresbestand und dem aktuellen Bestand des Fremdkapitals, also als $\widetilde{F}_t - \widetilde{F}_{t+1}$, notieren. Insgesamt stehen den Gläubigern damit Zahlungen in Höhe von

$$(1 + r_f)\widetilde{F}_t - \widetilde{F}_{t+1}$$

zu. Die Steuereinnahmen des Fiskus im Falle eines verschuldeten Unternehmens belaufen sich auf

$$\widetilde{S}^l_{t+1} = \widetilde{S}^u_{t+1} - s r_f \widetilde{F}_t.$$

Zieht man alles von der Ausgangsgröße ab, so verbleibt für die Eigentümer ein residualer Zahlungsanspruch in Höhe von

$$\widetilde{FCF}^u_{t+1} - \left((1 + r_f)\widetilde{F}_t - \widetilde{F}_{t+1}\right) + s r_f \widetilde{F}_t\,. \tag{2.8}$$

Damit ist offensichtlich, wie die Definition der Eigenkapitalkosten zu lauten hat.

Definition 2.4 (Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens) *Die Eigenkapitalkosten $\widetilde{k}^{E,l}_t$ eines verschuldeten Unternehmens sind bedingte erwartete Renditen*

[12] Wichtig ist immer nur, dass die Kapitalkosten deterministisch sind.

$$\boxed{\tilde{k}_t^{E,l} := \frac{\mathrm{E}\left[\tilde{E}_{t+1} + \widetilde{FCF}^u_{t+1} + \tilde{F}_{t+1} - (1+r_f)\tilde{F}_t + sr_f\tilde{F}_t | \mathcal{F}_t\right]}{\tilde{E}_t} - 1}\ .$$

Der Index E bei den Kapitalkosten zeigt an, dass es sich um Eigenkapitalkosten handelt.

Wir werden jetzt voraussetzen, dass diese Eigenkapitalkosten deterministisch sind. Eine Übertragung dieser Annahme auf die Realität börsennotierter Unternehmen würde bedeuten, dass wir den Aktienkurs eines Unternehmens voraussagen können. Wir sind uns vollkommen darüber im Klaren, dass diese Voraussetzung eine sehr grobe Vereinfachung darstellt. Aber es wäre unredlich, wenn wir die Implikationen der Annahmen, die den verschiedenen DCF–Verfahren zugrunde liegen, nicht offen legen würden.

Die Bewertungsgleichung, die wir nun gewinnen, wird in der Literatur Flow–to–Equity (FTE) oder auch Equity Approach genannt. Von Flow to Equity ist deswegen die Rede, weil nicht die gesamten Nachsteuer–Cashflows diskontiert werden, sondern nur jene Nachsteuer–Cashflows, die den Eigentümern des Unternehmens zustehen.

Satz 2.6 (Flow to Equity) *Wenn die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens $k_t^{E,l}$ deterministisch sind, dann ist der Wert des Eigenkapitals im Zeitpunkt t*

$$\boxed{\tilde{E}_t = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}^u_\tau + \tilde{F}_\tau - (1+r_f)\tilde{F}_{\tau-1} + sr_f\tilde{F}_{\tau-1} | \mathcal{F}_t\right]}{\left(1+k_t^{E,l}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+k_{\tau-1}^{E,l}\right)}}\ .$$

Der erforderliche Beweisweg wurde von uns bereits benutzt.[13] Daher können wir ihn unseren Lesern hier ersparen.

2.4.2 Total Cashflow Approach

Wenn man unterstellt, dass anstelle der Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens die durchschnittlichen Kapitalkosten des Unternehmens deterministisch sind, dann hat man es nicht mehr mit dem FTE–Approach, sondern mit dem TCF–Zugang zu tun. Dazu muss man zunächst wieder die jetzt relevanten Kapitalkosten definieren.

Welche Zahlungen erhalten die Kapitalgeber des verschuldeten Unternehmens? Die Antwort ist leicht zu geben. Es handelt sich natürlich um die freien Cashflows des verschuldeten Unternehmens, $\widetilde{FCF}^l_t$. Davon bekommen die Eigentümer

$$\widetilde{FCF}^u_{t+1} - \left((1+r_f)\tilde{F}_t - \tilde{F}_{t+1}\right) + sr_f\tilde{F}_t\ ,$$

während die Ansprüche der Gläubiger sich auf

$$(1+r_f)\tilde{F}_t - \tilde{F}_{t+1}$$

belaufen, wie wir uns im Zusammenhang mit dem FTE–Ansatz bereits klargemacht haben. Die Summe beider Ansprüche beträgt offensichtlich

$$\widetilde{FCF}^l_{t+1} = \widetilde{FCF}^u_{t+1} + sr_f\tilde{F}_t\ . \tag{2.9}$$

Der Kapitaleinsatz beider Gruppen von Financiers ist $\tilde{E}_t + \tilde{F}_t = \tilde{V}^l_t$, so dass die Definition der Kapitalkosten für den jetzt zu betrachtenden Fall auf der Hand liegt.

[13] Siehe oben Seite 23.

Definition 2.5 (Durchschnittliche Kapitalkosten – Typ 1) *Die durchschnittlichen Kapitalkosten $\widetilde{k}_t$ eines verschuldeten Unternehmens sind bedingte erwartete Renditen*[14]

$$\boxed{\widetilde{k}_t := \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{V}^l_{t+1} + \widetilde{FCF}^l_{t+1} | \mathcal{F}_t\right]}{\widetilde{V}^l_t} - 1} \,.$$

Welchen Realitätsgehalt besitzt die Annahme deterministischer durchschnittlicher Kapitalkosten? Wenn wir uns ein börsennotiertes Unternehmen vorstellen, so verlangt diese Voraussetzung die Kenntnis der künftigen Gesamtrenditen des Unternehmens – also nicht der Aktien– oder der Anleiherenditen, sondern eine Kenntnis des gewichteten Mittels beider Zufallsgrößen. Es handelt sich hier um eine ganz andere Annahme als jene Voraussetzung, welche dem FTE–Ansatz zugrunde liegt. Ob und inwieweit beide Voraussetzungen miteinander vereinbar sind, werden wir etwas später klären können.

Wenn wir wissen wollen, welchen Wert das verschuldete Unternehmen im Zeitpunkt t besitzt, können wir die Antwort analog zum Satz 1.1 finden.[15] Man bezeichnet den hier betrachteten Fall in der Literatur als Total Cashflow–Ansatz (TCF), weil die gesamten erwarteten Nachsteuer–Cashflows mit den durchschnittlichen Kapitalkosten diskontiert werden.

Satz 2.7 (Total Cashflow) *Wenn die durchschnittlichen Kapitalkosten k_t deterministisch sind, dann beläuft sich der Wert des Unternehmens im Zeitpunkt t auf*

$$\boxed{\widetilde{V}^l_t = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}^l_\tau | \mathcal{F}_t\right]}{(1+k_t)\cdot\ldots\cdot(1+k_{\tau-1})}} \,.$$

Ein förmlicher Beweis könnte wieder ebenso geführt werden wie oben auf Seite 22, weswegen wir darauf verzichten, ihn hier noch einmal zu präsentieren.[16]

Was können wir über den Zusammenhang zwischen den durchschnittlichen Kapitalkosten (vom Typ 1) und den Eigenkapitalkosten eines verschuldeten Unternehmens sagen? Können wir beispielsweise feststellen, dass aus deterministischen durchschnittlichen Kapitalkosten auch deterministische Eigenkapitalkosten folgen? Sind also FTE und TCF–Ansatz miteinander vereinbar? Oder schließen beide Annahmen einander aus? Antworten auf all diese Fragen liefert uns die so genannte Lehrbuchformel.

Satz 2.8 (TCF–Lehrbuchformel) *Für die durchschnittlichen Kapitalkosten vom Typ 1 des Unternehmens gilt immer der Zusammenhang*

$$\boxed{\widetilde{k}_t = \widetilde{k}^{E,l}_t\,(1-\widetilde{l}_t) + r_f\,\widetilde{l}_t} \,.$$

---

[14] Wir könnten wegen (2.9) auch die Schreibweise

$$\widetilde{k}_t := \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{V}^l_{t+1} + \widetilde{FCF}^u_{t+1} + s r_f \widetilde{F}_t | \mathcal{F}_t\right]}{\widetilde{V}^l_t} - 1$$

wählen.

[15] Siehe oben Seite 22.

[16] Mit der in Fußnote 14 verwendeten Darstellung des freien Cashflows im verschuldeten Unternehmen käme man zu dem Ergebnis

$$\widetilde{V}^l_t = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\mathrm{E}[\widetilde{FCF}^u_\tau + s r_f \widetilde{F}_{\tau-1} | \mathcal{F}_t]}{(1+k_t)\cdot\ldots\cdot(1+k_{\tau-1})} \,.$$

Jetzt wird erst richtig deutlich, warum im Zusammenhang mit dem TCF–Ansatz von durchschnittlichen Kapitalkosten die Rede ist. Die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens werden mit der Eigenkapitalquote, die Fremdkapitalkosten mit der Fremdkapitalquote gewichtet.

Zum Beweis des Satzes nutzen wir die Definition der Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens und erhalten nach wenigen Vereinfachungen

$$\left(1+\tilde{k}_t^{E,l}\right)\tilde{E}_t = \mathrm{E}\left[\tilde{V}_{t+1}^l + \widetilde{FCF}_{t+1}^u - (1+r_f)\tilde{F}_t + sr_f\tilde{F}_t|\mathcal{F}_t\right].$$

Da der Gesamtwert des Unternehmens der Summe von Eigen– und Fremdkapital entspricht, gilt nach Rechenregel 5 und unter Verwendung von Definition 2.5

$$\begin{aligned}\left(1+\tilde{k}_t^{E,l}\right)\tilde{E}_t + (1+r_f)\tilde{F}_t &= \mathrm{E}[\tilde{V}_{t+1}^l + \widetilde{FCF}_{t+1}^u + sr_f\tilde{F}_t|\mathcal{F}_t] \\ \tilde{V}_t^l + \tilde{k}_t^{E,l}\tilde{E}_t + r_f\tilde{F}_t &= (1+\tilde{k}_t)\tilde{V}_t^l.\end{aligned}$$

Nach Division durch den Marktwert des Unternehmens folgt

$$1+\tilde{k}_t^{E,l}\frac{\tilde{E}_t}{\tilde{V}_t^l} + r_f\frac{\tilde{F}_t}{\tilde{V}_t^l} = \tilde{k}_t + 1.$$

Das ist die Behauptung.

Die Lehrbuchformel in Gestalt des Satzes (2.8) ist in Bezug auf mehrere Aspekte bemerkenswert. Zunächst fällt auf, dass sie offensichtlich unabhängig davon gilt, ob man die relevanten Variablen als Zufallsvariablen oder als deterministische Größen begreift. Die Voraussetzungen sowohl des TCF– wie auch des FTE–Ansatzes müssen nicht erfüllt sein, um die Lehrbuchformel zu beweisen. Eine nähere Betrachtung der Lehrbuchformel erlaubt uns folgende Feststellungen:

1. Wird angenommen, dass sowohl die durchschnittlichen Kapitalkosten als auch die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens sicher sind, so müssen auch die Fremdkapitalquoten sicher sein.

   Das ist eine starke Einschränkung, die man nicht ohne weiteres akzeptieren kann. Wenn aber von sicheren Fremdkapitalquoten auszugehen ist, so zeigt die Lehrbuchformel, wie die beteiligten Kapitalkosten ineinander umgerechnet werden können. TCF– und FTE–Ansatz dürfen wahlweise benutzt werden und führen notwendigerweise zum selben Resultat.

2. Werden die künftigen Fremdkapitalquoten dagegen als unsicher angesehen, so können nicht sowohl die durchschnittlichen Kapitalkosten als auch die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens sicher sein.

   Sind die durchschnittlichen Kapitalkosten deterministisch, so muss mit dem TCF–Konzept gerechnet werden; sind dagegen die Eigenkapitalkosten sicher, so muss der FTE–Ansatz herangezogen werden, weil man mit unsicheren Kapitalkosten schlicht nicht diskontieren kann. Die Frage, ob TCF– und FTE–Methode zum selben Resultat führen, ist hier sinnlos. Im Falle unsicherer Fremdkapitalquoten ist die Lehrbuchformel ohne jeden praktischen Wert.

An der Lehrbuchformel in Gestalt des Satzes 2.8 fällt ferner auf, dass sie sich von der im Zusammenhang mit dem WACC–Konzept üblichen Lehrbuchformel dadurch unterscheidet, dass die Fremdkapitalkosten nicht um den Gewinnsteuersatz des Unternehmens gekürzt werden. Wir wollen uns jetzt mit der Frage auseinandersetzen, ob diese ebenfalls in der Literatur zu findenden Kapitalkosten ökonomisch sinnvoll sind oder aber gänzlich unbrauchbare Größen darstellen. Zu diesem Zweck gehen wir jetzt auf das WACC–Konzept ein.

2.4.3 WACC Approach

Betrachten Sie die Definition 2.5 der durchschnittlichen Kapitalkosten. Wir wollen diese Definition jetzt in einem ganz unscheinbaren Detail ändern und die sich dann ergebenden Größen $WACC$ (Englisch: weighted average cost of capital) nennen. An die Stelle der freien Cashflows des verschuldeten treten die freien Cashflows des unverschuldeten Unternehmens.

Definition 2.6 (Durchschnittliche Kapitalkosten – Typ 2) *Die Kapitalkosten $\widetilde{WACC}$ eines verschuldeten Unternehmens sind bedingte erwartete Renditen*

$$\boxed{\widetilde{WACC}_t := \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{V}^l_{t+1} + \widetilde{FCF}^u_{t+1}|\mathcal{F}_t\right]}{\widetilde{V}^l_t} - 1}\,.$$

Wenn diese Kapitalkosten deterministisch sind, können wir analog zu unserer bisherigen Vorgehensweise wieder die Existenz einer Bewertungsgleichung beweisen. Zuvor wollen wir uns jedoch mit der Frage auseinandersetzen, wie realistisch die Annahme ist, dass man solche Kapitalkosten am Markt beobachtet kann.

Wer die Kapitalkosten im Sinne von Definition 2.6 ermitteln will, der müsste ein Unternehmen betrachten, dass einerseits verschuldet ist ($\widetilde{V}^l_t$) und andererseits freie Cashflows in einer Höhe zahlt, als wäre es nicht verschuldet, $\widetilde{FCF}^u_t$. Hier werden offensichtlich Äpfel und Birnen vermischt, und daher dürfen wir vermuten, dass niemand solche Kapitalkosten a priori kennen kann. Jede andere Behauptung wäre nach unserer Meinung unsinnig.

Wenn wir uns von dieser Feststellung und den Fesseln, die sie uns anlegen sollte, aber für einen Augenblick frei machen, so könnten wir auf der Grundlage dieser – doch etwas seltsamen – Kapitalkostendefinition trotzdem eine Bewertungsgleichung formulieren. Sie würde folgendermaßen lauten:

Satz 2.9 (Weighted Average Cost of Capital) *Wenn die Kapitalkosten des verschuldeten Unternehmens $WACC_t$ deterministisch sind, dann beläuft sich der Wert des anteilig fremdfinanzierten Unternehmens im Zeitpunkt t auf*

$$\boxed{\widetilde{V}^l_t = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}^u_\tau|\mathcal{F}_t\right]}{(1+WACC_t)\cdot\ldots\cdot(1+WACC_{\tau-1})}}\,.$$

Der Beweisweg ist offensichtlich.

Kritische Leser werden fragen, warum wir so viel Zeit auf eine Kapitalkostendefinition ver(sch)wenden, von der wir wiederholt gesagt haben, dass sie ökonomisch keinen Sinn gibt. Der Grund dafür ist in der Tatsache zu suchen, dass diese bei direkter Interpretation unsinnige Kapitalkostendefinition sich im Folgenden als äußerst nützlich erweisen wird.

Satz 2.10 (WACC–Lehrbuchformel) *Für die durchschnittlichen Kapitalkosten vom Typ 2 des Unternehmens gilt immer der Zusammenhang*

$$\boxed{\widetilde{WACC}_t = \tilde{k}_t^{E,l}\left(1 - \tilde{l}_t\right) + r_f\,(1-s)\,\tilde{l}_t}\,.$$

Die WACC–Lehrbuchformel unterscheidet sich von der TCF–Lehrbuchformel nur dadurch, dass die Fremdkapitalzinsen um den Steuersatz gekürzt werden. Das entspricht der in der Literatur üblichen *Lehrbuchformel*. Danach ergeben sich die durchschnittlichen Kapitalkosten, indem man die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens $\tilde{k}_t^{E,l}$ mit der Eigenkapitalquote und die – um den Ertragsteuersatz des Unternehmens gekürzten – Fremdkapitalkosten mit der Fremdkapitalquote gewichtet. Unsere Rechnung beweist, dass dieser Zusammenhang unabhängig davon gilt, ob Eigenkapitalkosten und Fremdkapitalquote sicher oder unsicher sind.

Um den Satz zu beweisen, bringen wir die Definition der Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens von Seite 43 unter Berücksichtigung von $\tilde{V}_t^l = \tilde{E}_t + \tilde{F}_t$ in die Form

$$\left(1 + \tilde{k}_t^{E,l}\right)\tilde{E}_t = \mathrm{E}\left[\tilde{V}_{t+1}^l + \widetilde{FCF}_{t+1}^u - (1+r_f)\tilde{F}_t + s r_f \tilde{F}_t | \mathcal{F}_t\right].$$

Wegen Rechenregel 3 und Rechenregel 5 dürfen wir dafür

$$\left(1 + \tilde{k}_t^{E,l}\right)\tilde{E}_t = \mathrm{E}\left[\tilde{V}_{t+1}^l + \widetilde{FCF}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right] - \left(1 + r_f(1-s)\right)\tilde{F}_t$$

schreiben. Dividieren durch $\tilde{V}_t^l$ und Beachtung der Definitionen (2.6) sowie (2.2) führt uns nach geringfügiger Umformung endlich auf die Darstellung

$$\widetilde{WACC}_t = \tilde{k}_t^{E,l}(1 - \tilde{l}_t) + r_f(1-s)\tilde{l}_t.$$

Das war zu zeigen.

Auch diese Lehrbuchformel lässt folgende Schlüsse zu.

1. Wird angenommen, dass sowohl die durchschnittlichen Kapitalkosten als auch die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens heute sicher sind, so müssen die Fremdkapitalquoten sicher sein. Wir haben es dann mit wertorientierter Finanzierungspolitik vor. In diesem Fall führen FTE– und WACC–Ansatz zu identischen Unternehmenswerten.

2. Werden die zukünftigen Fremdkapitalquoten jedoch als unsicher angenommen, dann können nicht sowohl die durchschnittlichen Kapitalkosten als auch die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens sicher sein. Mit einem der beiden Ansätze darf dann nicht gerechnet werden.

Wir wollen unsere bisherigen Ausführungen zur Marktwert–orientierten Finanzierung in einer Tabelle zusammenfassen. Diese Tabelle verdeutlicht, dass die drei Verfahren FTE, TCF und WACC genau dann zu einem identischem Unternehmenswert führen, wenn die Fremdkapitalquote deterministisch ist. In allen anderen Fällen ist höchstens eine der drei Verfahren anwendbar.

2.4.4 Miles–Ezzell– und Modigliani–Miller–Anpassung

In den vergangenen Abschnitten haben wir drei verschiedene Bewertungsformeln für ein verschuldetes Unternehmen gewonnen, das Marktwert–orientiert finanziert wird, FTE–, TCF– und

Fremdkapitalquote	Kapitalkosten	Verfahren
sicher	$k_t^{E,l}$, k_t und $WACC_t$ determin.	FTE, TCF, WACC
unsicher	$k_t^{E,l}$ deterministisch	FTE
	k_t deterministisch	TCF
	$WACC_t$ deterministisch	WACC

Tabelle 2.2: DCF–Verfahren der Marktwert–orientierten Finanzierung

WACC–Ansatz. Wir haben klar herausarbeiten können, dass diese Bewertungsgleichungen typischerweise immer dann angewandt werden können, wenn entweder die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens oder die durchschnittlichen Kapitalkosten (vom Typ 1 oder 2) deterministisch sind. Verbindungen zwischen den für die drei Ansätze relevanten Kapitalkosten konnten wir über die so genannten Lehrbuchformeln herstellen. Wertorientierte Finanzierungspolitik zeichnet sich dadurch aus, dass die Fremdkapitalquoten deterministisch sind. Unsere Analyse der Lehrbuchformeln hat ergeben, dass bei dieser Art von Finanzierungspolitik aus deterministischen Kapitalkosten eines Bewertungsansatzes logischerweise deterministische Kapitalkosten der beiden verbleibenden Bewertungsansätze folgen.

Bisher ist jedoch verborgen geblieben, welche Beziehung diese drei Kapitalkosten zu den Kapitalkosten eines unverschuldeten Unternehmens aufweisen. Und genau das ist Gegenstand der nachfolgenden Überlegungen. Wenn wir voraussetzen, dass das verschuldete Unternehmen eine wertorientierte Finanzierungspolitik betreibt, und wenn wir darüber hinaus annehmen, dass die Kapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens deterministisch sind, dann stellen sich zwei Fragen:

1. Sind unter diesen Bedingungen die Voraussetzungen der Sätze 2.6 und 2.9 erfüllt? Sind also dann auch die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens und die durchschnittlichen Kapitalkosten deterministisch?
2. Gibt es eine Möglichkeit, die Kapitalkosten des verschuldeten Unternehmens aus den Kapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens zu berechnen?

Anpassung nach Miles und Ezzell Die Antwort auf beide Fragen gibt die so genannte Anpassungsformel von *Miles und Ezzell* .

Satz 2.11 (Miles–Ezzell–Anpassungsformel) *Es liege eine Marktwert–orientierte Finanzierung vor. Wenn die Kapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens oder die WACC des verschuldeten Unternehmens deterministisch sind, dann gilt der Zusammenhang*

$$\boxed{1 + WACC_t = \left(1 + k_t^{E,u}\right)\left(1 - \frac{s r_f}{1 + r_f}\, l_t\right)}\,,$$

wobei alle Größen in der Gleichung deterministisch sind.

Diesen Satz beweisen wir wie folgt. Für den Marktwert des unverschuldeten Unternehmens gilt nach dem Fundamentalsatz und unter Verwendung von Gleichung (2.9)

$$\widetilde{V}_t^l = \frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{V}_{t+1}^l + \widetilde{FCF}_{t+1}^u + r_f s \widetilde{F}_t | \mathcal{F}_t\right]}{1 + r_f}\,.$$

Da der Marktwert des Unternehmens zum Zeitpunkt t bereits bekannt ist, folgt aus den Rechenregeln 3 und 5

$$\tilde{V}_t^l = \frac{\mathrm{E}_Q\left[\tilde{V}_{t+1}^l + \widetilde{FCF}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{1+r_f} + \frac{r_f s}{1+r_f}\tilde{F}_t.$$

Das lässt sich unter Verwendung der Fremdkapitalquote in die Form

$$\left(1 - \frac{r_f s}{1+r_f} l_t\right)\tilde{V}_t^l = \frac{\mathrm{E}_Q\left[\tilde{V}_{t+1}^l + \widetilde{FCF}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{1+r_f}$$

oder

$$\tilde{V}_t^l = \frac{\mathrm{E}_Q\left[\tilde{V}_{t+1}^l + \widetilde{FCF}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{\left(1 - \frac{r_f s}{1+r_f} l_t\right)(1+r_f)}$$

bringen. Damit haben wir eine Art von Rekursionsbeziehung vor uns, aus der wir schon mehrfach eine Bewertungsgleichung gewonnen haben.[17] Wir erhalten diesen Leitlinien folgend für den Wert des verschuldeten Unternehmens den Zusammenhang

$$\tilde{V}_t^l = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_\tau^u | \mathcal{F}_t\right]}{\left(1 - \frac{r_f s}{1+r_f} l_\tau\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{r_f s}{1+r_f} l_{t+1}\right)(1+r_f)^{\tau-t}}$$

Jetzt kommen wir nur weiter, indem wir uns auf die Fundamentalannahme und den hierauf beruhenden Satz 2.3 stützen.[18] Nutzen wir diesen Satz, so gewinnen wir

$$\tilde{V}_t^l = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_\tau^u | \mathcal{F}_t\right]}{\left(1 - \frac{r_f s}{1+r_f} l_{t+1}\right)\left(1 + k_{t+1}^{E,u}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{r_f s}{1+r_f} l_\tau\right)\left(1 + k_\tau^{E,u}\right)}.$$

Daraus folgt nun die Rekursionsbeziehung

$$\tilde{V}_t^l = \frac{\mathrm{E}\left[\tilde{V}_{t+1}^l + \widetilde{FCF}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{\left(1 - \frac{r_f s}{1+r_f} l_t\right)\left(1 + k_t^{E,u}\right)}$$

oder

$$\left(1 - \frac{r_f s}{1+r_f} l_t\right)\left(1 + k_t^{E,u}\right) = \frac{\mathrm{E}\left[\tilde{V}_{t+1}^l + \widetilde{FCF}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{\tilde{V}_t^l}.$$

Ein Vergleich mit der Definition 2.6 zeigt, dass wir die Behauptung bewiesen haben.

Wenn man die Gleichung des Satzes 2.11 mit der Lehrbuchformel aus Satz 2.10 in Verbindung bringt, wird die Bedueutung des Ergebnisses noch deutlicher. Einsetzen der Lehrbuchformel in die Gleichung des Satzes 2.11 führt nämlich nach geringfügiger Umformung auf

$$k_t^{E,l} = k_t^{E,u} + \left(k_t^{E,u} - \left(1 + s\left(\frac{1+k_t^{E,u}}{1+r_f} - 1\right)\right) r_f\right) L_t, \tag{2.10}$$

wobei L_t den Verschuldungsgrad im Sinne von Gleichung (2.3) darstellt. Mit dieser Formel lassen sich die Kapitalkosten des verschuldeten Unternehmens bestimmen, wenn man die Kapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens, den risikolosen Zins, den Ertragsteuersatz

[17] Siehe beispielsweise unseren Beweis des Satzes 1.1.

[18] Siehe oben Seite 33.

sowie den angestrebten Verschuldungsgrad kennt. Löst man vorstehende Gleichung nach $k_t^{E,u}$ auf, so eignet sie sich dazu, die Kapitalkosten eines verschuldeten Unternehmens bei Kenntnis des Verschuldungsgrades, der Ertragssteuersatzes und des risikolosen Zinses in die Kapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens umzurechnen. Voraussetzung ist, dass das verschuldete Unternehmen eine Marktwert–orientierte Finanzierungspolitik betreibt.

Der Leser möge sich die Zeit nehmen und noch einmal einen Blick auf Gleichung (2.10) werfen. Sie unterscheidet sich in einem nicht unwichtigen Detail von der Anpassungsformel, die man in dem Originalaufsatz von *Miles und Ezzell* findet. Wir wollen auf diesen Unterschied mit aller Deutlichkeit deswegen hinweisen, weil die Arbeit von *Miles und Ezzell* sich in der Lehrbuchliteratur heutzutage fest etabliert hat. Bei *Miles und Ezzell* gibt es keinen Zeitindex beim Verschuldungsgrad und auch keinen Zeitindex bei den Kapitalkosten. In der gängigen Literatur lautet also die Anpassungsformel nicht so wie in unserem Satz 2.11, sondern

$$1 + WACC = \left(1 + k^{E,u}\right)\left(1 - \frac{sr_f}{1 + r_f}\, l\right). \tag{2.11}$$

Miles und Ezzell haben ihr Resultat unter der einschränkenden Annahme hergeleitet, dass die Kapitalkosten und die Fremdkapitalquote im Zeitablauf *konstant* sind. In der Lehrbuchliteratur wird auf diese Beschränkung in der Regel deutlich aufmerksam gemacht. Das bei uns dargestellte Ergebnis ist also viel voraussetzungsärmer als das ursprüngliche Resultat von *Miles und Ezzell* .

Problematische Anpassung nach Modigliani und Miller Wir hatten bei der Diskussion der autonomen Finanzierung erwähnt, dass neben der *Miles–Ezzell*–Anpassung noch eine weitere Anpassungsformel existiert. Sie wird als *Modigliani–Miller*–Anpassung bezeichnet, geht auf den Satz 2.5 zurück und hat die Form

$$WACC = k^{E,u}(1 - sl). \tag{2.12}$$

In der Praxis ist diese Anpassungsformel sehr populär, und das vermutlich deswegen, weil sie viel einfacher aussieht als die *Miles–Ezzell*–Gleichung (2.11). Folgt man der einschlägigen Literatur, so ergibt sich Gleichung (2.12) aus den Voraussetzungen des Satzes 2.5 und insbesondere der Annahme einer autonomen Finanzierung. Ein solches Unternehmen kann also nicht Marktwert–orientiert finanziert sein. Wir werden nun ein überraschendes Ergebnis präsentieren.

Satz 2.12 (Widerspruch mit der Modigliani–Miller–Anpassung) *Wenn die durchschnittlichen Kapitalkosten vom Typ 2 ($WACC$) und die Eigenkapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens ($k^{E,u}$) deterministisch sind, dann ist das Unternehmen Marktwert–orientiert finanziert.*

Wir werden den Satz zunächst beweisen und anschließend seine Bedeutung zu würdigen versuchen. Zum Beweis der Aussage verwenden wir die Sätze 2.1 und 2.9 und nutzen die Fundamentalannahme. Dann gilt

$$\left(1 - s\tilde{l}_t\right) \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{(1+g_\tau)\cdot\ldots\cdot(1+g_t)\widetilde{FCF}_t^u}{(1+WACC_t)\cdot\ldots\cdot(1+WACC_\tau)} = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{(1+g_\tau)\cdot\ldots\cdot(1+g_t)\widetilde{FCF}_t^u}{\left(1+k_t^{E,u}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+k_\tau^{E,u}\right)}.$$

Wenn wir $\widetilde{FCF}_t^u$ kürzen, verbleibt

$$\left(1 - s\tilde{l}_t\right) \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{(1+g_\tau)\cdot\ldots\cdot(1+g_t)}{(1+WACC_t)\cdot\ldots\cdot(1+WACC_\tau)} = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{(1+g_\tau)\cdot\ldots\cdot(1+g_t)}{\left(1+k_t^{E,u}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+k_\tau^{E,u}\right)}.$$

Bis auf die Fremdkapitalquote $\tilde{l}_t$ finden wir in dieser Gleichung nur deterministische Größen. Wir können sie problemlos nach $\tilde{l}_t$ umstellen. Dann aber muss $\tilde{l}_t$ selbst eine deterministische Größe sein. Das war zu zeigen.

Welche Bedeutung hat unsere Feststellung nun? Die *Modigliani–Miller*–Anpassung gemäß Gleichung (2.12) setzt voraus, dass sowohl die durchschnittlichen Kapitalkosten wie auch die Eigenkapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens deterministisch sind. Unter anderen Bedingungen macht die Gleichung keinen Sinn. Unter dieser Voraussetzung – das haben wir eben bewiesen – ist allerdings nur der Fall der Marktwert–orientierten Finanzierung denkbar. Und hier beißt sich die Katze offensichtlich in den Schwanz: Die Voraussetzung des *Modigliani–Miller*–Modells war nämlich autonome Finanzierung mit konstantem Fremdkapital. Da ein Unternehmen nicht sowohl autonom als auch Marktwert–orientiert finanziert sein kann, haben wir einen Widerspruch. Uns bleibt nichts anderes übrig als von der bei Praktikern äußerst beliebten Anpassungsgleichung (2.12) aus logischen Gründen abzuraten und statt dessen die *Miles–Ezzell*–Anpassung zu empfehlen.

Können wir einen Schritt weitergehen und die Behauptung aufstellen, die Theorie von *Modigliani und Miller* widerlegt zu haben? Haben wir etwa einen Fehler in der Argumentation beider Autoren nachgewiesen? Bei einer Antwort auf diese Frage müssen wir zwei Aspekte sorgfältig voneinander trennen. Wir vertreten in diesem Buch die Auffassung, dass Kapitalkosten erwartete Renditen sind. Das ist für uns der Nukleus einer Theorie der Unternehmensbewertung. Folgt man dieser Leitlinie, so lassen sich die Ideen von *Modigliani und Miller* schlicht nicht mehr rekonstruieren. Wer $WACC$ als erwartete Renditen interpretiert, kann nicht zugleich eine deterministische Fremdkapitalquote und das *Modigliani–Miller*–Modell (einen konstanten Fremdkapitalbestand) unterstellen, ohne in einen Widerspruch zu geraten. Auf einem ganz anderen Blatt steht die Frage, ob auch schon *Modigliani und Miller* $WACC$ als Kapitalkosten verstanden haben und den Widerspruch hätten bemerken müssen. Hier ist die Antwort eindeutig: für beide Autoren – wie übrigens auch für *Miles und Ezzell* – sind die gewichteten Kapitalkosten $WACC$ immer nur eine Größe gewesen, die bei Verwendung als Diskontierungssatz auf das korrekte Ergebnis, also den richtigen Unternehmenswert, führt.[19] An eine Interpretation dieser Größen als erwartete Renditen hat keiner dieser Autoren gedacht. Deswegen stellen wir nicht die Behauptung auf, dass wir *Modigliani und Miller* einen Fehler nachgewiesen hätten.

2.5 Buchwert–orientierte Finanzierung

Wir haben bisher zwei in der Literatur häufig diskutierte Formen der Finanzierungspolitik erörtert. Bei autonomer Finanzierung folgte die Aufnahme und Tilgung von Fremdkapital einem starr vorgegebenen Plan, der keine Rücksicht auf irgendwelche Zufallsentwicklungen nahm.

[19] Dass die gewichteten Kapitalkosten gemäß Gleichung (2.12) diese Eigenschaft haben, wurde für den Fall ewig gleich bleibender freier Cashflows auf Seite 41 f. gezeigt.

Bei Marktwert–orientierter Finanzierung dagegen wurden die Veränderungen des Fremdkapitals über eine fest vorgegebene Relation an die zufällige Entwicklung des Marktwertes des Eigenkapitals gebunden. Für börsennotierte Unternehmen heißt das, dass bei steigenden Aktienkursen Kredit aufzunehmen ist und bei fallenden Kursen Schulden zu tilgen sind. Wir haben immer wieder betont, dass wir uns mit Feststellungen darüber, welche von verschiedenen Finanzierungspolitiken besonders realistisch ist, zurückhalten wollen. Wenn wir aber im Folgenden eine weitere Finanzierungspolitik ins Spiel bringen, so deswegen, weil wir den Eindruck haben, dass sie in der Unternehmenspraxis vermutlich eine wichtige Rolle spielt. Wenn die Manager eines Unternehmens ankündigen, dass sie die Absicht hätten, den Verschuldungsgrad zu senken oder zu erhöhen, so messen sie den Verschuldungsgrad im Regelfall nicht in Marktwerten, sondern in Buchwerten. Beide Wertansätze weichen unter Umständen stark voneinander ab. Das gibt uns die Motivation dafür, im folgenden Abschnitt eine dritte Finanzierungspolitik zu untersuchen. Diese orientiert sich ebenso wie die Marktwert–orientierte Finanzierung an Fremdkapitalquoten, diesmal jedoch zu Buchwerten.

2.5.1 Annahmen

Bei Fremd– und Eigenkapital zu Buchwerten soll es sich um diejenigen Beträge handeln, mit denen die Schulden beziehungsweise das Eigenkapital in der Bilanz des zu bewertenden Unternehmens ausgewiesen werden.

Annahme 2.2 (Buchwert des Fremdkapitals) *Wir unterstellen, dass die Kredite des Unternehmens niemals ausfallbedroht sind. Der Marktwert des Fremdkapitals stimmt stets mit seinem Buchwert überein,*

$$\boxed{\widetilde{\mathfrak{F}}_t = \widetilde{F}_t} \,. \tag{2.13}$$

Beim Eigenkapital ist das anders. Geht man von einer Ausgangsgröße $\widetilde{\mathfrak{E}}_t$ aus und fragt nach dem Buchwert des Eigenkapitals im Zeitpunkt $t+1$, so muss man jene Größen betrachten, die ihn verändern können. Das sind in unserer Modellwelt folgende drei:[20]

1. Das Eigenkapital wächst, wenn die Eigentümer im Rahmen einer Kapitalerhöhung zusätzliches Eigenkapital zeichnen. Der Betrag der Kapitalerhöhung zwischen den Zeitpunkte t und s sei mit $\widetilde{\mathfrak{e}}^{l}_{t,s}$ bezeichnet.

2. Das Eigenkapital wächst ferner, wenn die Manager Gewinne einbehalten. Die Gewinne des verschuldeten Unternehmens nach Steuern im Zeitpunkt $t+1$ belaufen sich auf $\left(\widetilde{EBIT}_{t+1} - r_f \widetilde{\mathfrak{F}}_t\right)(1-s)$.

3. Das Eigenkapital nimmt ab, wenn das Unternehmen Dividenden an die Eigentümer zahlt. Im Zusammenhang mit dem FTE–Approach haben wir uns klargemacht, dass es sich dabei um Zahlungen in Höhe von

$$\widetilde{FCF}^{u}_{t+1} - \left((1+r_f)\widetilde{\mathfrak{F}}_t - \widetilde{\mathfrak{F}}_{t+1}\right) + s r_f \widetilde{\mathfrak{F}}_t \,.$$

handelt.[21]

[20] Siehe auch *Feltham und Ohlson* (1995, 693 f.).

[21] Siehe oben Seite 43.

Insgesamt erhalten wir für den Buchwert des Eigenkapitals im Zeitpunkt $t+1$ damit die Bewegungsgleichung

$$\begin{aligned}\widetilde{\mathfrak{E}}^l_{t+1} &= \widetilde{\mathfrak{E}}^l_t + \widetilde{\mathfrak{e}}^l_{t,t+1} - \left(\widetilde{EBIT}_{t+1} - r_f \widetilde{\mathfrak{F}}_t\right)(1-s) \\ &\quad - \left(\widetilde{FCF}^u_{t+1} - \left((1+r_f)\widetilde{\mathfrak{F}}_t - \widetilde{\mathfrak{F}}_{t+1}\right) + s r_f \widetilde{\mathfrak{F}}_t\right) \\ &= \widetilde{\mathfrak{E}}^l_t + \widetilde{\mathfrak{e}}^l_{t,t+1} + \widetilde{EBIT}_{t+1}(1-s) - \widetilde{FCF}^u_{t+1} + \widetilde{\mathfrak{F}}_t - \widetilde{\mathfrak{F}}_{t+1}.\end{aligned}$$

Wegen $\widetilde{\mathfrak{V}}_t = \widetilde{\mathfrak{E}}^l_t + \widetilde{\mathfrak{F}}_t$ gehorcht der Buchwert des Gesamtkapitals der Unternehmung der folgenden Gleichung.

Annahme 2.3 (Bewegungsgleichung) *Der Buchwert des Gesamtkapitals einer verschuldeten Unternehmung ergibt sich aus*

$$\boxed{\widetilde{\mathfrak{V}}^l_{t+1} = \widetilde{\mathfrak{V}}^l_t + \widetilde{\mathfrak{e}}^l_{t,t+1} + \widetilde{EBIT}_{t+1}(1-s) - \widetilde{FCF}^u_{t+1}}\,. \tag{2.14}$$

Aufgrund der Tatsache, dass sowohl die earnings before interest and taxes als auch die freien Cashflows des unverschuldeten Unternehmens Zufallsvariablen sind, muss der Buchwert des Unternehmens ebenfalls stochastisch sein.

Die in diesem Abschnitt zu untersuchende Finanzierungspolitik ist nun durch folgende Definition charakterisiert.

Definition 2.7 (Buchwert–orientierte Finanzierung) *Ein Unternehmen ist Buchwert–orientiert finanziert, wenn die Fremdkapitalquoten zu Buchwerten* $\widetilde{\mathfrak{l}}_t$ *deterministisch sind.*

Wie lässt sich der Marktwert eines Unternehmens bestimmen, wenn wir eine Buchwert–orientierte Finanzierungspolitik unterstellen? Um weiterzukommen, müssen wir ein solches Unternehmen genauer charakterisieren. Dabei wollen wir drei Fälle unterscheiden:

1. Das Unternehmen könnte eine Politik der Vollausschüttung betreiben. In diesem Fall erhielten die Eigentümer in jedem Jahr eine Dividende in Höhe des Nettogewinns nach Steuern.

2. Das Unternehmen könnte sich von der Vollausschüttungspolitik lösen, aber eine Investitionspolitik betreiben, die streng an die Abschreibungen gekoppelt ist. In diesem Fall würde sich das Unternehmen darauf beschränken, nur Ersatzinvestitionen vorzunehmen.

3. Das Unternehmen könnte seine Investitionen nicht an die Abschreibungen binden, sondern an die freien Cashflows koppeln. Fallen die Cashflows hoch aus, wird viel investiert; bei niedrigen Cashflows werden die Investitionen dagegen zurückgefahren.

Für jeden dieser Fälle können wir Bewertungsformeln angeben. Jede dieser Bewertungsgleichungen setzt allerdings voraus, dass die Veränderungen des gezeichneten Kapitals deterministisch sind. Daher

Annahme 2.4 (Gezeichnetes Kapital) *Die Veränderungen des gezeichneten Kapitals* $\widetilde{\mathfrak{e}}^l_{t,t+1}$ *sind für alle* $t \geq 0$ *deterministisch.*

Wenden wir uns nun zunächst der Vollausschüttungspolitik zu.

2.5.2 Vollausschüttungspolitik

Unternehmen, die ihre Gewinne stets vollständig ausschütten, wird es wohl in Wirklichkeit nicht geben. Wer in der Tradition der angelsächsischen Finanzierungslehre steht, würde eine solche Dividendenpolitik sogar für unvernünftig halten. Ist man nämlich der Meinung, dass die Manager alle Investitionsprojekte realisieren sollten, die einen positiven Kapitalwert haben, so werden nur jene Mittel ausgeschüttet, für die sich innerhalb des Unternehmens keine rentable Anlagemöglichkeit findet. Befolgt die Unternehmensleitung diese Idee konsequent, so handelt es sich bei der Dividendenpolitik nicht um ein aktives Betätigungsfeld der Manager, sondern um ein bloßes Residuum. Auch dann allerdings, wenn die Manager Gewinne grundsätzlich nicht einbehalten, können wir kaum davon sprechen, dass die Unternehmensleitung sich weitreichende Gedanken über eine sinnvolle Dividendenpolitik macht. Wenn wir diesen Fall im Folgenden trotzdem diskutieren, so deswegen, weil er wenigstens in der deutschen Unternehmensbewertungspraxis eine lange Tradition hat.

Definition 2.8 (Vollausschüttung) *Das verschuldete Unternehmen, für das in jedem Zeitpunkt* $t \geq 0$

$$\widetilde{FCF}^u_{t+1} = \widetilde{EBIT}_{t+1}(1-s) + \tilde{\mathfrak{F}}_t - \tilde{\mathfrak{F}}_{t+1}$$

gilt, betreibt eine Politik der Vollausschüttung.

Diese Definition hat zur Folge, dass sich der Buchwert des Eigenkapitals ausschließlich aufgrund von Änderungen des gezeichneten Kapitals ändern kann. Um das zu erkennen, betrachten wir den Gewinn nach Zinsen und Steuern, den ein verschuldetes Unternehmen erzielt. Dieser beläuft sich auf

$$\left(\widetilde{EBIT}_{t+1} - r_f \tilde{F}_t\right)(1-s).$$

Als wir oben den FTE-Ansatz diskutierten, haben wir uns bereits klargemacht, dass die Eigentümer eines verschuldeten Unternehmens jährlich Ausschüttungen in Höhe von

$$\widetilde{FCF}^u_{t+1} - \left((1+r_f)\tilde{F}_t - \tilde{F}_{t+1}\right) + s r_f \tilde{F}_t$$

erhalten.[22] Im Fall der Vollausschüttung müssen beide Beträge identisch sein. Gleichsetzen beider Terme und Auflösen nach $\widetilde{FCF}^u_{t+1}$ führt unter Beachtung von Annahme 2.2 auf

$$\widetilde{FCF}^u_{t+1} = \widetilde{EBIT}_{t+1}(1-s) + \tilde{\mathfrak{F}}_t - \tilde{\mathfrak{F}}_{t+1}.$$

Einsetzen in die Bewegungsgleichung für den Buchwert des Gesamtkapitals (2.14) führt unter Berücksichtigung von Annahme 2.4 auf

$$\begin{aligned}\tilde{\mathfrak{V}}^l_{t+1} &= \tilde{\mathfrak{V}}^l_t + \mathfrak{e}^l_{t,t+1} - \tilde{\mathfrak{F}}_t + \tilde{\mathfrak{F}}_{t+1}\\ \tilde{\mathfrak{E}}^l_{t+1} &= \tilde{\mathfrak{E}}^l_t + \mathfrak{e}^l_{t,t+1},\end{aligned}$$

was unserer Behauptung entspricht. Abgesehen von Veränderungen des gezeichneten Kapitals bleibt der Buchwert des Eigenkapitals im Zeitablauf konstant.

[22] Siehe oben Seite 43.

Wir können ohne weiteres davon ausgehen, dass der Buchwert des Eigenkapitals im Zeitpunkt $t = 0$ bekannt ist, also keine Zufallsvariable darstellt. Dann erhalten wir für den Buchwert des Eigenkapitals im Zeitpunkt $t+1$ die Darstellung

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathfrak{E}}^l_{t+1} &= \mathfrak{E}^l_0 + \mathfrak{e}^l_{0,1} + \ldots + \mathfrak{e}^l_{t,t+1} \\ &= \mathfrak{E}^l_0 + \mathfrak{e}^l_{0,t+1}. \end{aligned}$$

Da auf der rechten Seite nur deterministische Größen stehen, muss auch der Buchwert des Eigenkapitals im Zeitpunkt $t+1$ deterministisch sein.

Nun nutzen wir die Tatsache, dass die in Buchwerten gemessene Fremdkapitalquote $\mathfrak{l}_t$ deterministisch ist. Aus der Fremdkapitalquote lässt sich ohne weiteres der Verschuldungsgrad $\mathfrak{L}_t$ ableiten, der ebenfalls deterministisch sein muss. Für den Buchwert des Fremdkapitals im Zeitpunkt $t+1$ gilt dann definitionsgemäß

$$\widetilde{\mathfrak{F}}_{t+1} = \mathfrak{L}_{t+1}\left(\mathfrak{E}^l_0 + \mathfrak{e}^l_{0,t+1}\right),$$

woraus folgt, dass der Buchwert des Fremdkapitals deterministisch ist. Verbinden wir das mit Annahme 2.2, können wir feststellen, dass der Marktwert des Fremdkapitals deterministisch ist. Das Unternehmen ist autonom finanziert. Diese Erkenntnisse können wir in folgendem Satz zusammenfassen.

Satz 2.13 (Marktwert bei Vollausschüttung) *Wird ein Unternehmen Buchwert-orientiert finanziert und betreibt es zugleich eine Politik der Vollausschüttung, so gilt für den Marktwert des verschuldeten Unternehmens in jedem Zeitpunkt die Gleichung*

$$\boxed{\widetilde{V}^l_t = \widetilde{V}^u_t + \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{s r_f \mathfrak{L}_{\tau-1}\left(\mathfrak{E}^l_0 + \mathfrak{e}^l_{0,\tau-1}\right)}{(1+r_f)^{\tau+1-t}}}\,.$$

Den Beweis müssen wir hier nicht wiederholen.

2.5.3 Nur Ersatzinvestitionen

Wenn ein Unternehmen ausschließlich Investitionen im Umfang seiner Abschreibungen realisiert, verzichtet es auf Erweiterungsinvestitionen und nimmt nur Ersatzinvestitionen vor. Das hat große Ähnlichkeiten mit der eben diskutierten Vollausschüttungspolitik, ist aber nicht ganz dasselbe, wie wir uns gleich klarmachen werden.

Definition 2.9 (Ersatzinvestition) *Ein verschuldetes Unternehmen nimmt ausschließlich Ersatzinvestitionen vor, wenn in jeder Periode nur im Umfang der Abschreibungen investiert wird,*

$$\widetilde{I}_t = \widetilde{AfA}_t \qquad \forall t > 0.$$

Eine Konsequenz dieser Definition ist die Tatsache, dass sich der Buchwert des Gesamtkapitals ausschließlich ändert, wenn Veränderungen des gezeichneten Kapitals erfolgen. Um das zu zeigen, betrachten wir Tabelle 1.1 auf Seite 3 dieses Buches. Stellen wir diese Tabelle für den Fall eines unverschuldeten Unternehmens in Form einer Gleichung dar, so müssen wir

$$\begin{aligned} \widetilde{BCF}_t - \widetilde{I}_t - s\widetilde{EBIT}_t &= \widetilde{FCF}^u_t \\ \widetilde{BCF}_t &= \widetilde{FCF}^u_t + \widetilde{I}_t + s\widetilde{EBIT}_t \end{aligned} \tag{2.15}$$

notieren. Schauen wir uns als nächstes Tabelle 2.1 auf Seite 37, dann gewinnen wir aus ihr den Zusammenhang

$$\widetilde{BCF}_t = \widetilde{EBIT}_t + \widetilde{AfA}_t .$$

Einsetzen in Gleichung (2.15) bringt uns unter Berücksichtigung von Annahme 2.9 auf

$$\begin{aligned} \widetilde{EBIT}_t(1-s) - \widetilde{FCF}_t^u &= \tilde{I}_t - \widetilde{AfA}_t \\ &= 0. \end{aligned} \tag{2.16}$$

Das bedeutet: Wenn ein Unternehmen ausschließlich Ersatzinvestitionen vornimmt, dann verschwindet die Differenz zwischen dem Nachsteuergewinn des unverschuldeten Unternehmens und jenem Betrag, den das unverschuldete Unternehmen an seine Eigentümer ausschütten würde. Setzen wir dieses Resultat in die Bewegungsgleichung für den Buchwert des Gesamtkapitals (2.14) ein, so verbleibt unter Berücksichtigung von Annahme 2.4

$$\tilde{\mathfrak{v}}^l_{t+1} = \tilde{\mathfrak{v}}^l_t + \mathfrak{e}^l_{t,t+1} ,$$

und wir können erkennen, dass sich der Buchwert des Gesamtkapitals tatsächlich nur noch aufgrund von Veränderungen des gezeichneten Kapitals ändern kann. Da wir voraussetzen dürfen, dass der Buchwert des Gesamtkapitals im Zeitpunkt $t = 0$ bekannt ist und keine Zufallsvariable darstellt, gilt

$$\begin{aligned} \tilde{\mathfrak{v}}^l_{t+1} &= \mathfrak{v}^l_0 + \mathfrak{e}^l_{0,1} + \ldots + \mathfrak{e}^l_{t,t+1} \\ &= \mathfrak{v}^l_0 + \mathfrak{e}^l_{0,t+1} . \end{aligned}$$

Da auf der rechten Seite nur deterministische Größen stehen, muss auch der Buchwert des Gesamtkapitals im Zeitpunkt $t+1$ deterministisch sein.

Nutzen wir nun, dass das Unternehmen eine Buchwert-orientierte Finanzierungspolitik betreibt, dann gilt für den Buchwert des Fremdkapitals im Zeitpunkt $t+1$

$$\tilde{\mathfrak{F}}_{t+1} = \mathfrak{l}_{t+1} \left(\mathfrak{v}^l_0 + \mathfrak{e}^l_{0,t+1} \right) ,$$

woraus folgt, dass auch diese Größe deterministisch ist. In Verbindung mit Annahme 2.2 läuft das wieder auf die Erkenntnis hinaus, das wir ein Unternehmen vor uns haben, dessen Finanzierungspolitik autonom ist. Mithin haben wir den nachfolgenden Satz bewiesen.

Satz 2.14 (Marktwert bei Ersatzinvestitionen) *Wird ein Unternehmen Buchwert-orientiert finanziert und führt es ausschließlich Ersatzinvestitionen durch, so gilt für den Marktwert des verschuldeten Unternehmens in jedem Zeitpunkt die Gleichung*

$$\boxed{\tilde{V}^l_t = \tilde{V}^u_t + \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{s r_f \mathfrak{l}_{\tau-1} \left(\mathfrak{v}^l_0 + \mathfrak{e}^l_{0,\tau-1} \right)}{(1+r_f)^{\tau+1-t}}} \, .$$

Dauerhaft konstanter Fremdkapitalbestand Im Abschnitt über autonome Finanzierung haben wir uns einem (berühmten) Spezialfall zugewandt, der in die Literatur als *Modigliani-Miller*-Gleichung eingegangen ist.[23] Wir wollen diesen Fall des unaufhörlich gleich bleibenden Fremdkapitalbestandes auch hier behandeln.

[23] Siehe oben Seite 41.

Satz 2.15 (Buchwert–orientierte Modigliani–Miller–Formel) *Das Unternehmen lebt ewig, und es gelten die Voraussetzungen des Satzes 2.14. Die Fremdkapitalquote bleibt dauernd konstant. Dann gilt für den Marktwert des Unternehmens*

$$\boxed{\widetilde{V}_t^l = \widetilde{V}_t^u + s\mathfrak{l}\left(\mathfrak{v}_0^l + \mathfrak{e}_{0,t}^l\right)}\,.$$

Wir können keinen wesentlichen Unterschied zur Originalgleichung von *Modigliani und Miller* erkennen (siehe Satz 2.5). Der Beweis des Satzes ist nahezu trivial. Da die Fremdkapitalquote ebenso wie der Buchwert des Gesamtkapitals konstant bleiben, ist der Fremdkapitalbestand konstant. Damit sind die Voraussetzungen der *Modigliani–Miller*–Gleichung (Satz 2.5) erfüllt. Und nur das muss gezeigt werden.

2.5.4 Cashflow–orientierte Investitionspolitik

Nur selten werden Unternehmen ausschließlich Ersatzinvestitionen durchführen beziehungsweise eine Vollausschüttungspolitik verfolgen. Meistens betreiben sie eine Investitionspolitik, die von der Abschreibungspolitik unabhängig ist. So werden sie beispielsweise Erweiterungsinvestitionen vornehmen oder die Kapazität des Unternehmens auch gelegentlich bewusst schrumpfen lassen. In diesen sehr viel wirklichkeitsnäheren Fällen helfen uns die Überlegungen der beiden vorigen Abschnitte nicht weiter. Wir müssen neue Ideen entwickeln. Wenden wir uns zunächst der Investitionspolitik und anschließend den Abschreibungen zu.

Bei der Investitionspolitik wollen wir uns von dem Gedanken leiten lassen, dass die Unternehmensleitung stets einen exogen festgelegten Prozentsatz der freien Cashflows reinvestiert. Dieser Prozentsatz möge deterministisch sein und bereits im Zeitpunkt $t = 0$ feststehen.

Definition 2.10 (Cashflow–orientierte Investitionen) *Wir nennen eine Investitionspolitik Cashflow–orientiert, wenn die Investitionen für alle zukünftigen Zeitpunkte $t > 0$ ein deterministisches Vielfaches der freien Cashflows des unverschuldeten Unternehmens sind,*

$$\widetilde{I}_t = \alpha_t \cdot \widetilde{FCF}_t^u .$$

Selbstverständlich könnte man sich auch darauf einlassen, die Investitionspolitik an die freien Cashflows des verschuldeten Unternehmens anzubinden, also mit der Definition $\widetilde{I}_t = \alpha_t \cdot \widetilde{FCF}_t^l$ zu arbeiten. Ob man sich auf die freien Cashflows des unverschuldeten oder des verschuldeten Unternehmens bezieht, bleibt letztlich willkürlich. Wir halten unsere Vorgehensweise aber aus folgendem Grunde für gerechtfertigt: das unverschuldete Unternehmen stellt für uns immer nur einen Referenzpunkt dar, wenn wir verschuldete Unternehmen mit ihren korrekten Kapitalkosten bewerten wollen. Dieses Referenzunternehmen sollte sich weder hinsichtlich seiner Investitionspolitik noch in Bezug auf seine Abschreibungspolitik vom tatsächlich zu bewertenden – in der Regel also verschuldeten – Unternehmen unterscheiden. Und mit der Definition 2.10 ist dafür gesorgt, dass die Investitionspolitik unabhängig von der Verschuldung ist.

Wir gehen davon aus, dass in der Unternehmenswirklichkeit eine lineare Abschreibungspolitik besonders häufig anzutreffen ist. Wenn die Abschreibungen der Periode t sich aus dem arithmetischen Mittel der vergangenen n Investitionsbeträge ergeben, dann müssten für den Zweck einer auf den Zeitpunkt $t = 0$ bezogenen Unternehmensbewertung auch die

Investitionen der vergangenen Zeitperioden $t = -1$ bis $t = -(n-1)$ bekannt sein. Es dürfte nicht besonders schwer sein, diese Information zu beschaffen.

Definition 2.11 (Lineare Abschreibung) *Eine Abschreibungspolitik heißt linear, wenn für eine Abschreibungsdauer $n \geq 1$ und alle Zeitpunkte t die Abschreibungen sich aus*

$$\widetilde{AfA}_t = \frac{1}{n}\left(\tilde{I}_{t-1} + \ldots + \tilde{I}_{t-n}\right)$$

ergeben.

Die nachfolgenden Rechnungen zeigen, dass die Linearität der Abschreibungen für die Entwicklung einer Bewertungsgleichung nicht von ausschlaggebender Bedeutung ist. Wir könnten ebenso gut eine degressive Abschreibungspolitik vorsehen. In diesem Fall wären die Investitionen $\tilde{I}_{-1}$ bis $\tilde{I}_{t-n}$ in der Definition nur mit einem passenden Gewichtungsfaktor zu multiplizieren. Wir beschränken uns auf den linearen Fall also nur aus Gründen der besseren Lesbarkeit.

Die beiden Definitionen 2.10 und 2.11 genügen nun, um den folgenden Satz zu beweisen.

Satz 2.16 (Marktwert bei Teilausschüttung) *Die Abschreibungspolitik sei linear und die Investitionspolitik sei Cashflow-orientiert. Dann gilt für den Marktwert des verschuldeten Unternehmens*

$$\boxed{\begin{aligned} V_0^l \quad = \quad & V_0^u + s r_f \sum_{t=1}^{T-1} \mathfrak{l}_t \frac{\mathfrak{v}_0^l + \mathfrak{e}_{0,t} - \sum_{\tau=1-n}^{0} \frac{\min(n-\tau,t)}{n} I_\tau}{(1+r_f)^{t+1}} + \\ & + s r_f \sum_{t=1}^{T-1} \frac{\alpha_t \operatorname{E}[\widetilde{FCF}_t^u]}{(1+k^{E,u})^t} \left(\frac{\frac{n}{n}\mathfrak{l}_t}{1+r_f} + \frac{\frac{n-1}{n}\mathfrak{l}_{t+1}}{(1+r_f)^2} + \ldots + \frac{\frac{1}{n}\mathfrak{l}_{n+t-1}}{(1+r_f)^n} \right) \end{aligned}} \, .$$

Da der Beweis dieses Satzes sehr aufwendig ist, verweisen wir interessierte Leser auf den Anhang.[24] Die im vorliegenden Satz genannte Gleichung ist nur für den Zeitpunkt $t = 0$ formuliert und dennoch alles andere als angenehm lesbar. Sie lässt sich mit beträchtlichen technischen Aufwand so weit verallgemeinern, dass ein Ergebnis für $\tilde{V}_t^l$ erzielt werden kann. Allerdings bringt diese Darstellung keine neuen Einsichten. Deshalb verzichten wir darauf, sie hier zu präsentieren.

Dauerhaft konstante Fremdkapitalquoten Auch jetzt wieder wollen wir untersuchen, was sich an der Bewertungsgleichung ändert, wenn wir gewisse Vereinfachungen vornehmen. Zu diesem Zweck setzen wir insbesondere voraus, dass keine Erhöhung des gezeichneten Kapitals erfolgt und die Parameter α_t und $\mathfrak{l}_t$ konstant bleiben. Wir unterstellen ferner, dass das Unternehmen unendlich lange existiert. Im Gegensatz zum Satz 2.5 nehmen wir jedoch nicht an, dass die Cashflows einen konstanten oder konstant wachsenden Erwartungswert besitzen. Dennoch können wir das auf den ersten Blick überraschende und keinesfalls selbstverständliche Ergebnis beweisen, dass dann eine der *Modigliani-Miller*-Gleichung sehr ähnliche Bewertungsformel gilt.

[24]Siehe unten Seite 66.

Satz 2.17 (Angepasste Modigliani–Miller–Formel) *Es gelten die Voraussetzungen des Satzes 2.16. Das Unternehmen existiere ewig. Die Fremdkapitalquote ℓ und der Investitionsparameter α seien konstant. Der Einfluss von Abschreibungen für bereits realisierte Investitionen auf den Buchwert des Kapitals könne vernachlässigt werden. Dann gilt für den Marktwert des Unternehmens*

$$\boxed{V_0^l = V_0^u + sF_0 + \frac{nr_f - 1 + (1+r_f)^{-n}}{nr_f} s\alpha\ell V_0^u} .$$

Der Beweis findet sich wieder im Anhang.[25] Im Vergleich zur Original–Gleichung von *Modigliani und Miller* treten zwei Terme hinzu, deren rechnerische Auswertung mit der heute überall vorhandenen Technik problemlos ist. Da er sich einem unmittelbaren Verständnis aber trotzdem entzieht, wollen wir ihn etwas vereinfachen. Für kleine Zinssätze zeigt sich, dass

$$\frac{nr_f - 1 + (1+r_f)^{-n}}{nr_f} s\alpha\ell V_0^u \approx \frac{(n+1)r_f}{2} s\alpha\ell V_0^u$$

gilt.[26] Damit ist eine erste Abschätzung der Größenordnung dieses Terms relativ leicht möglich.

Anpassungsformeln Auch im Fall der Buchwert–orientierten Finanzierungspolitik brauchen wir Anpassungsformeln. Wer beispielsweise mit der Bewertungsgleichung des Satzes (2.16) arbeiten will, kann dies nur tun, wenn er die Kapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens $k^{E,u}$ kennt. Wir sehen zwei Wege, diese Information zu beschaffen, wenn man kein Referenzunternehmen zur Verfügung hat, das tatsächlich schuldenfrei ist.

Wenn wir von einem verschuldeten Referenzunternehmen alle Variablen der Bewertungsgleichung mit Ausnahme von $k^{E,u}$ kennen, ließen sich die gesuchten Kapitalkosten mit Hilfe eines Iterationsverfahrens bestimmen.[27] Die Tatsache, dass wir die Bewertungsgleichung nicht einfach nach $k^{E,u}$ auflösen können, wäre daher bestenfalls ein Schönheitsfehler.

Im Falle von ewigen Renten kommen wir mit der Bewertungsgleichung des Satzes 2.17 aber auch zu einer geschlossenen Anpassungsformel. Der Satz lässt sich dann zu

$$\frac{\operatorname{E}\left[\widetilde{FCF}^l\right]}{k^{E,l}} + \tilde{F}_0 = sF_0 + \left(1 + \frac{nr_f - 1 + (1+r_f)^{-n}}{nr_f} s\alpha\ell\right) \frac{\operatorname{E}\left[\widetilde{FCF}^u\right]}{k^{E,u}}$$

umformen. Berücksichtigt man, dass unter den Voraussetzungen des Satzes 2.17

$$\operatorname{E}\left[\widetilde{FCF}^u\right] = \operatorname{E}\left[\widetilde{FCF}^l\right] + r_f(1-s)F_0$$

[25] Siehe Seite 69.

[26] Mit Hilfe einer Taylor–Reihenentwicklung ergibt sich für kleine Zinssätze

$$(1+r_f)^{-n} \approx 1 - nr_f + \frac{n(n+1)}{2} r_f^2$$

und daraus folgt sofort

$$\frac{nr_f - 1 + (1+r_f)^{-n}}{nr_f} \approx \frac{n+1}{2} r_f .$$

[27] Dabei würde man im Rahmen einer praktischen Anwendung voraussichtlich mit konstanten Investitionsparametern α und konstanten Fremdkapitalquoten ℓ arbeiten.

gilt, kann man vorstehende Gleichung mit dem Ergebnis

$$k^{E,u} = \frac{\left(1 + \frac{nr_f - 1 + (1+r_f)^{-n}}{nr_f} s\alpha\Gamma\right)\left(\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}^l\right] + r_f(1-s)F_0\right)k^{E,l}}{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}^l\right] + F_0 k^{E,l}(1-s)}$$

nach den Eigenkapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens auflösen.

2.6 Cashflow-orientierte Finanzierung

In diesem Abschnitt wollen wir eine vierte Form der Finanzierungspolitik diskutieren, die sich an den freien Cashflows des Unternehmens orientiert. Sollten die freien Cashflows zufälligerweise hoch sein, wird viel Fremdkapital zurückgezahlt. Fallen die Cashflows dagegen niedriger aus, hält man sich mit der Schuldentilgung zurück. Eine solche Form der Finanzierungspolitik scheint uns bei hoher Verschuldung (mindestens vorübergehend) durchaus plausibel zu sein.

Einperiodige Finanzierungspolitik Nach unserem Wissen wurde eine derartige Finanzierungspolitik in der Literatur bisher nur ein einziges Mal genauer untersucht. Dabei zeigte sich, dass erhebliche Schwierigkeiten bei der Ermittlung von Unternehmenswerten auftreten, wenn unterstellt wird, dass Cashflow-orientierte Finanzierung über einen längeren Zeitraum betrieben wird.[28] Um diese Schwierigkeiten auf ein Minimum zu reduzieren, betrachten wir einen Spezialfall. Der Schuldenabbau soll sich nur im ersten Jahr am freien Cashflow orientieren; danach möge der Fremdkapitalbestand konstant bleiben. Dies führt zu folgender Definition.

Definition 2.12 *Eine Unternehmung ist Cashflow-orientiert finanziert, wenn das Fremdkapital der Bedingung*

$$\widetilde{F}_t := \max\left(0, F_0 - \alpha \cdot \left(\widetilde{FCF}_1^u - r_f(1-s)F_0\right)\right)$$

für $t \geq 1$ genügt. Dabei ist α eine Zahl zwischen null und eins, $\alpha \in (0,1]$.

Die Definition ist wie folgt zu lesen: Der zukünftige Fremdkapitalbestand ergibt sich, indem der Anfangsbestand um einen zufälligen Tilgungsbetrag vermindert wird. Diese zufällige Tilgungsleistung ergibt sich als ein Anteil jenes Betrages, der vom freien Cashflow des ersten Jahres verbleibt, wenn man diesen um die fälligen Kreditzinsen nach Steuern vermindert. Sollte die zufällige Tilgung größer als die Anfangsschuld sein, so ist sie höchstens so groß wie diese. Die Maximumbedingung ist erforderlich, damit negative Fremdkapitalbestände vermieden werden.

Für diesen Fall können wir eine Bewertungsgleichung angeben. Dazu verwenden wir einen Put auf den Wert des Unternehmens im Zeitpunkt $t = 1$ mit einem Basispreis von $\frac{(1+\alpha r_f(1-s))}{\alpha d_1^u}F_0$. Dieser Put habe den Wert Π. Dann gilt folgender Zusammenhang.

Satz 2.18 *Das Unternehmen lebe ewig und befolge eine Cashflow-orientierte Finanzierungspolitik. Dann ergibt sich der Marktwert eines verschuldeten Unternehmens aus*

$$\boxed{V_0^l = V_0^u + \frac{sr_f F_0}{1+r_f} + \frac{s\Pi}{\alpha d_1^u}}$$

[28] Siehe Löffler (2000). Der Unternehmenswert ist dann vom Preis bestimmter exotischer Optionen abhängig.

Leser, die den Beweis für diese etwas unübersichtliche Formel nachvollziehen wollen, verweisen wir auf den Anhang.[29]

Der letzte Satz verdeutlicht, dass zur Bewertung des verschuldeten Unternehmens notwendigerweise ein Put mit einem festgelegten Basispreis gehandelt werden muss. Wird dieser Put nicht gehandelt, so misslingt die Bewertung. Man spricht in diesem Fall davon, dass der Markt nicht vollständig ist.

Ewige Rente Im Allgemeinen müssen wir wohl davon ausgehen, dass die zur Bewertung des Cashflow–orientiert finanzierten Unternehmens erforderliche Put–Option nicht gehandelt wird. Dann aber besitzt der letzte Satz keine praktische Relevanz für die Unternehmensbewertung. Die Herleitung einer Bewertungsgleichung, welche nicht auf Optionen zurückgreifen muss, gelingt aber unter einer weiter gehenden Annahme.

Satz 2.19 *Das Unternehmen lebt ewig und folgt einer Cashflow–orientierten Finanzierungspolitik. Des weiteren sei der Fremdkapitalbestand der ersten Periode größer als null, und schließlich sei der Erwartungswert der Cashflows des unverschuldeten Unternehmens konstant. Dann ergibt sich der Marktwert des verschuldeten Unternehmens aus*

$$\boxed{V_0^l = \left(1 - \alpha s \frac{k^{E,u}}{1+k^{E,u}}\right) V_0^u + \left(1 + \alpha(1-s)\frac{r_f}{1+r_f}\right) sF_0}\,.$$

Der Beweis befindet sich wieder im Anhang.[30]

2.7 Dividenden–orientierte Finanzierung

Ausschüttung und Schuldentilgung Für viele Kapitalgesellschaften lässt sich beobachten, dass die Manager die an die Anteilseigner zu zahlende Dividende über längere Zeit konstant halten. Man muss sich nun klarmachen, dass eine solche Politik Konsequenzen für die Fremdkapitalbestände des Unternehmens nach sich zieht. Aus Tabelle 1.1 geht hervor, dass für den freien Cashflow nur zwei Verwendungsmöglichkeiten bestehen: Ausschüttung an Eigentümer oder Bedienung der Gläubiger mit Zins– und Tilgungsleistungen. In allen bisher diskutierten Varianten der Finanzierungspolitik war die Schuldentilgung exogen vorgegeben und folgte einem mehr oder weniger realistischen Plan. Jetzt wollen wir eine neue Möglichkeit betrachten und davon ausgehen, dass das Management die Ausschüttung festlegt. Ein Blick auf Tabelle 1.1 macht klar, dass eine derartige Politik bei gegebenem freien Cashflow eindeutige Folgen für die Schuldentilgung besitzt. Ordnen die Manager die Tilgung von Fremdkapital in der beschriebenen Weise der von ihnen betriebenen Dividendenpolitik unter, so wollen wir von Dividenden–orientierter Finanzierung sprechen.

Im Zusammenhang mit dem Equity Approach hatten wir uns klargemacht, dass die Anteilseigner eines verschuldeten Unternehmens im Zeitpunkt t Zahlungen in Höhe von

$$\widetilde{FCF}_t^u - (1 + r_f(1-s))\tilde{F}_{t-1} + \tilde{F}_t$$

[29] Siehe unten Seite 71.

[30] Siehe unten Seite 71.

erhalten.[31] Versucht das Unternehmen nun, die Fremdkapitalbestände so zu steuern, dass dieser Betrag genau der im Voraus bestimmten Dividende Div entspricht, so erweist sich folgende Definition als sinnvoll.

Definition 2.13 *Eine Unternehmung ist über n Perioden Dividenden–orientiert finanziert, wenn die Entwicklung des Fremdkapitals der Bedingung*

$$\widetilde{F}_t := \max\left(0, Div - \widetilde{FCF}_t^u + (1 + r_f(1-s))\widetilde{F}_{t-1}\right)$$

für alle Zeitpunkte $t \leq n$ genügt. Die Zahlungen Div sind dabei deterministisch und entsprechen den Ausschüttungen an die Anteilseigner in den Zeitpunkten $t \leq n$.

Analog unserem Vorgehen bei der Cashflow–orientierten Finanzierung könnten wir nun wieder eine Aussage beweisen, die den Wert des verschuldeten Unternehmens in Relation zum Wert des unverschuldeten Unternehmens und einer Option bringt. Da wir im vorigen Abschnitt aber bereits betonten, dass wir solche Bewertungsgleichungen für praktisch nutzlos halten, wollen wir uns hier sofort auf einen Spezialfall konzentrieren.

Zeitliche Begrenzung der Dividendenpolitik Es ist nicht sinnvoll, davon auszugehen, dass eine Politik der konstanten Dividende über sehr lange Zeit betrieben wird. Erstens entspricht das nicht dem Bild, das sich empirisch beobachten lässt, und zweitens gerät man in einen logischen Widerspruch, wenn man annimmt, dass von einem verschuldeten steuerpflichtigen Unternehmen bis in alle Ewigkeit konstante Dividenden gezahlt werden. Würde nämlich tatsächlich stets dieselbe Dividende Div gezahlt werden, so beliefe sich der Marktwert des verschuldeten Unternehmens im Zeitpunkt $t = 0$ auf $\frac{Div}{r_f} + F_0$. Die mit der Finanzierungspolitik verbundenen Steuervorteile würden vom Unternehmen zwar erzielt, aber nie an die Anteilseigner ausgeschüttet werden, und damit hätten wir einen Widerspruch zur Transversalitätsbedingung. Daher werden wir annehmen, dass eine Dividenden–orientierte Finanzierungspolitik nur über eine feste endliche Zeit von $n \ll \infty$ Perioden betrieben wird.

Ewige Rente Ebenso wie für die Cashflow–orientierte Finanzierungspolitik gilt nun auch für die Dividenden–orientierte Finanzierungsweise, dass wir ohne vereinfachende Annahmen nur Bewertungsgleichungen mit problematischen Options–Termen herleiten können. Aus diesem und nur aus diesem Grunde unterstellen wir, dass der Fremdkapitalbestand jenseits des Zeitpunktes $t = n$ konstant bleibt und die erwarteten Cashflows des unverschuldeten Unternehmens sich im Zeitablauf nicht ändern.

Satz 2.20 *Das Unternehmen lebt ewig und folgt über die Laufzeit von $n \ll \infty$ Perioden einer Dividenden–orientierten Finanzierung. Des weiteren sind die Fremdkapitalbestände bis zur n–ten Periode stets größer als null. Der Erwartungswert der Cashflows des unverschuldeten Unternehmens bleibt konstant. Der Marktwert eines verschuldeten Unternehmens ergibt sich dann aus*

$$\boxed{V_0^l = \frac{1 + (1-s)\left(\frac{\left(\gamma(1+k^{E,u})\right)^n - 1}{\gamma(1+k^{E,u}) - 1} k^{E,u}\right)}{(1+k^{E,u})^n} V_0^u + \left(1 - (1-s)\gamma^n\right) F_0 + \left(1 - \gamma^n\right) \frac{Div}{r_f}},$$

[31] Siehe oben Seite 43.

wobei $\gamma = \frac{1+r_f(1-s)}{1+r_f}$ *ist.*

Den Beweis finden Sie im Anhang.[32]

2.8 Weiterführende Literatur

Die ersten Arbeiten zur Bewertung von Steuervorteilen sind bereits ein halbes Jahrhundert alt: *Modigliani und Miller* (1958) sowie *Modigliani und Miller* (1963). Beide Autoren haben dabei den Fall der ewigen Rente untersucht.

Die ersten beiden in diesem Kapitel genannten Finanzierungspolitiken finden sich in nahezu jedem Lehrbuch der Finanzierung, siehe beispielsweise *Brealey und Myers* (2000, S. 560). Die verwendeten Begriffe "autonom" und "wertorientiert" gehen nach unserer Meinung auf *Richter* (1998) zurück.

Die autonome Finanzierung mit einer nicht konstanten Fremdkapitalmenge ist das erste Mal in *Myers* (1974) dargestellt. Die Marktwert–orientierte Finanzierung wurde das erste Mal von *Miles und Ezzell* (1980) sowie *Ezzell und Miles* (1985) untersucht. Allerdings gelang beiden Autoren der Beweis der nach ihnen benannten Anpassungsformel nur unter der Annahme einer konstanten Verschuldungsstruktur. Eine Verallgemeinerung findet sich in der unveröffentlichten Arbeit *Löffler* (2001).

Wenngleich hier später eine Vielzahl von Veröffentlichungen (stellvertretend seien hier *Harris und Pringle* (1985) und *Clubb und Doran* (1995) genannt) erschienen sind, so behandeln sie doch keine neuen Finanzierungspolitiken. Die Cashflow–orientierte Finanzierung wurde in der unveröffentlichten Arbeit *Löffler* (2000) vorgestellt – dort taucht auch zum ersten Mal die Fundamentalannahme explizit auf. Systematisch wurde sie jedoch erst in *Laitenberger und Löffler* (2002) untersucht, dort finden sich auch die Aussagen zum Zusammenhang von Kapitalkosten und bedingten erwarteten Renditen. *Löffler* (2002) weist auf die Problematik der Modigliani–Miller–Anpassung hin. Die Ausführungen zur Buchwert–orientierten Finanzierung sind neu, wenngleich einzelne Elemente wie etwa die Bewegungsgleichung in der Literatur bekannt sind, vergleiche beispielsweise *Feltham und Ohlson* (1995, S. 693f.).

[32] Siehe unten Seite 72.

2.9 Beweise

2.9.1 Beweis der Sätze 2.2 und 2.3

Zuerst zum Beweis des Satzes 2.2. Aus der Bewertungsgleichung (Satz 2.1) und der Fundamentalannahme folgt

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_t^u &= \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_\tau^u | \mathcal{F}_t\right]}{\left(1+k_t^{E,u}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+k_{\tau-1}^{E,u}\right)} \\
&= \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{(1+g_t)\cdot\ldots\cdot(1+g_{\tau-1})\widetilde{FCF}_t^u}{\left(1+k_t^{E,u}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+k_{\tau-1}^{E,u}\right)} \\
&= \widetilde{FCF}_t^u \underbrace{\sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{(1+g_t)\cdot\ldots\cdot(1+g_{\tau-1})}{\left(1+k_t^{E,u}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+k_{\tau-1}^{E,u}\right)}}_{=\frac{1}{d_t^u}}.
\end{aligned}
$$

Die letzte Gleichung besagt aber gerade, dass der Unternehmenswert ein deterministisches Vielfaches des Cashflows ist. Die Dividendenrenditen d_t^u sind deterministisch. Damit ist der Satz 2.2 bewiesen.

Jetzt zum Beweis des Satzes 2.3. Aus der Definition der Eigenkapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens folgt

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_t^u &= \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1}^u + \widetilde{V}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{1+k_t^{E,u}} && \text{(Definition 2.1)} \qquad (2.17) \\
&= \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1}^u + (d_{t+1}^u)^{-1}\widetilde{FCF}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{1+k_t^{E,u}} && \text{(Satz 2.2)} \\
&= \frac{(1+(d_{t+1}^u)-1)\,\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{1+k_t^{E,u}}.
\end{aligned}
$$

Ebenso gilt

$$
\begin{aligned}
\widetilde{V}_t^u &= \frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_{t+1}^u + \widetilde{V}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{1+r_f} && \text{(Satz 1.2)} \qquad (2.18) \\
&= \frac{(1+(d_{t+1}^u)^{-1})\,\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{1+r_f} && \text{(Satz 2.2)}
\end{aligned}
$$

Der Vergleich beider Terme ergibt

$$
\frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{1+k_t^{E,u}} = \frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{1+r_f}
$$

und das ist bereits die Aussage des Satzes für $\tau = t+1$.

Wir gehen zurück zu den Gleichungen (2.17) und (2.18) und ziehen jeweils die bereits als identisch nachgewiesen Cashflow–Terme ab. Dann verbleibt

$$
\frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{V}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{1+k_t^{E,u}} = \frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{V}_{t+1}^u | \mathcal{F}_t\right]}{1+r_f}
$$

oder

$$\frac{\mathrm{E}\left[\frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}^u_{t+2}+\widetilde{V}^u_{t+2}|\mathcal{F}_{t+1}\right]}{1+k^{E,u}_{t+1}}|\mathcal{F}_t\right]}{1+k^{E,u}_t} = \frac{\mathrm{E}_Q\left[\frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}^u_{t+2}+\widetilde{V}^u_{t+2}|\mathcal{F}_{t+1}\right]}{1+r_f}|\mathcal{F}_t\right]}{1+r_f}.$$

Das Gesetz der iterierten Erwartung sowie die Tatsache, dass die Dividendenrendite deterministisch ist, ergibt

$$\frac{\mathrm{E}\left[(1+(d^u_{t+2})^{-1})\widetilde{FCF}^u_{t+2}|\mathcal{F}_t\right]}{(1+k^{E,u}_t)(1+k^{E,u}_{t+1})} = \frac{\mathrm{E}_Q\left[(1+(d^u_{t+2})^{-1})\widetilde{FCF}^u_{t+2}|\mathcal{F}_t\right]}{(1+r_f)^2}.$$

Nach Kürzen von $(1+(d^u_{t+2})^{-1})$ ist das die Behauptung des Satzes für $\tau = t+2$. Die Aussagen für $\tau = t+3, \ldots$ können nun analog bewiesen werden.

2.9.2 Beweis des Satzes 2.16

Bei dem folgenden Beweis muss man sich Mühe geben, um die Übersicht zu behalten. Wir beginnen damit, die Differenz zwischen Investitionen und Abschreibungen darzustellen. Wegen der Definition 2.11 können wir zunächst

$$\widetilde{I}_t - \widetilde{AfA}_t = \widetilde{I}_t - \frac{1}{n}\left(\widetilde{I}_{t-1} + \ldots + \widetilde{I}_{t-n}\right)$$

schreiben. Es liegt nahe, nun die Definition 2.10 zu verwenden und $\widetilde{I}_\tau$ durch $\alpha_\tau \widetilde{FCF}^u_\tau$ zu ersetzen. Das scheitert jedoch daran, dass wir in Bezug auf Investitionsbeträge, die nicht in der Zukunft liegen, mit historischen Zahlen rechnen müssen und nur in Bezug auf künftige Investitionsbeträge an freie Cashflows anknüpfen können. Mit der Hilfsvariablen

$$\widetilde{H}_\tau = \begin{cases} \alpha_\tau \widetilde{FCF}^u_\tau, & \text{wenn } \tau > 0 \\ I_\tau, & \text{sonst} \end{cases}$$

gewinnen wir für alle $t \geq 1$ die Gleichung

$$\widetilde{I}_t - \widetilde{AfA}_t = \alpha_t \widetilde{FCF}^u_t - \frac{1}{n}\left(\widetilde{H}_{t-1} + \ldots + \widetilde{H}_{t-n}\right)$$

Unter Ausnutzung dieser Beziehung erhalten wir für den Buchwert des Gesamtkapitals auf der Grundlage der Annahmen 2.3 (Bewegungsgleichung) und 2.4 sowie unter Verwendung von Gleichung (2.16)

$$\begin{aligned}
\widetilde{\mathfrak{V}}^l_t &= \mathfrak{V}^l_0 + \mathfrak{e}^l_{0,1} + \ldots + \mathfrak{e}^l_{t-1,t} + \left(\widetilde{I}_1 - \widetilde{AfA}_1\right) + \ldots + \left(\widetilde{I}_t - \widetilde{AfA}_t\right) \\
&= \mathfrak{V}^l_0 + \mathfrak{e}^l_{0,t} + \left(\widetilde{I}_1 - \widetilde{AfA}_1\right) + \ldots + \left(\widetilde{I}_t - \widetilde{AfA}_t\right) \\
&= \mathfrak{V}^l_0 + \mathfrak{e}^l_{0,t} + \left(\alpha_1 \widetilde{FCF}^u_1 - \frac{1}{n}\left(\widetilde{H}_0 + \ldots + \widetilde{H}_{-n}\right)\right) + \\
&= \quad \ldots + \left(\alpha_t \widetilde{FCF}^u_t - \frac{1}{n}\left(\widetilde{H}_{t-1} + \ldots + \widetilde{H}_{t-n}\right)\right)
\end{aligned}$$

Setzt man für die Hilfsvariable ein, so entsteht

$$
\begin{aligned}
\tilde{\mathfrak{V}}^l_t &= \mathfrak{V}^l_0 + \mathfrak{e}^l_{0,t} + \\
&+ \alpha_1 \widetilde{FCF}^u_1 - \frac{1}{n}\left(I_0 + \ldots + I_{1-n}\right) + \\
&+ \alpha_2 \widetilde{FCF}^u_2 - \frac{1}{n}\left(\alpha_1 \widetilde{FCF}^u_1 + I_0 + \ldots + I_{2-n}\right) + \ldots + \\
&+ \alpha_\tau \widetilde{FCF}^u_\tau - \frac{1}{n}\left(\alpha_{\tau-1} \widetilde{FCF}_{\tau-1} + \ldots + \alpha_{\tau-n} \widetilde{FCF}^u_{\tau-n}\right) + \ldots + \\
&+ \alpha_{t-1} \widetilde{FCF}^u_{t-1} - \frac{1}{n}\left(\alpha_{t-2} \widetilde{FCF}^u_{t-2} + \ldots + \alpha_{t-n-1} \widetilde{FCF}^u_{t-n-1}\right) + \\
&+ \alpha_t \widetilde{FCF}^u_t - \frac{1}{n}\left(\alpha_{t-1} \widetilde{FCF}^u_{t-1} + \ldots + \alpha_{t-n} \widetilde{FCF}^u_{t-n}\right)
\end{aligned}
\tag{2.19}
$$

Wir werden diese Summe nun derart umordnen, dass alle Koeffizienten vor einem beliebigen $\widetilde{FCF}^u_\tau$ beziehungsweise einem beliebigen I_τ zusammengefasst werden.

Wir beginnen mit den Cashflows. Zuerst beobachten wir, dass unabhängig davon, wo wir uns gerade befinden, der Ausdruck $\widetilde{FCF}^u_\tau$ immer mit dem Faktor α_τ gemeinsam auftaucht. Das erleichtert unsere Arbeit. Konzentrieren wir uns auf $\widetilde{FCF}^u_t$. Dieser Cashflow taucht nur einmal (in der letzten Zeile) auf, und wir haben damit als Faktor den Term α_t identifiziert,

$$\text{Faktor vor } \widetilde{FCF}^u_t = \alpha_t .$$

Gehen wir nun zum zweiten Cashflow $\widetilde{FCF}^u_{t-1}$. Dieser taucht zweimal auf (in der letzten und in der vorletzten Zeile). Der Faktor vor diesem Cashflow ist dann ebenfalls leicht zu ermitteln,

$$\text{Faktor vor } \widetilde{FCF}^u_{t-1} = \alpha_{t-1}\left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Der Faktor vor dem Ausdruck $\widetilde{FCF}^u_{t-2}$ ergibt sich dann aus der Erkenntnis, dass dieser Cashflow in den letzten drei Zeilen auftaucht, als

$$\text{Faktor vor } \widetilde{FCF}^u_{t-2} = \alpha_{t-1}\left(1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n}\right).$$

Fahren wir in entsprechender Weise fort, so erhalten wir als Faktor vor dem Ausdruck $\widetilde{FCF}^u_\tau$

$$\text{Faktor vor } \widetilde{FCF}^u_\tau = \alpha_\tau\left(1 - \frac{t-\tau}{n}\right).$$

Man kann sich leicht klarmachen, dass der Faktor vor $\widetilde{FCF}^u_\tau$ niemals negativ wird. Um das zu verhindern, muss sichergestellt sein, dass

$$
\begin{aligned}
1 - \frac{t-\tau}{n} = \frac{n-t+\tau}{n} &\geq 0 \\
\tau &\geq t-n
\end{aligned}
$$

gilt. Daher erhalten wir das Bildungsgesetz

$$\text{Faktor vor } \widetilde{FCF}^u_\tau = \begin{cases} \alpha_\tau\left(1 - \frac{t-\tau}{n}\right), & \text{wenn } \tau \geq t-n \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Damit haben wir die Koeffizienten vor den Cashflow-Ausdrücken bestimmt.

Auf analoge Weise erhalten wir die Koeffizienten vor den Investitions–Termen. I_{1-n} tritt höchstens einmal auf, I_{2-n} höchstens zweimal und so weiter. Die Maxima werden jedoch nur erreicht, wenn $t \geq n$ ist. Wenn dagegen $t < n$ ist, treten höchstens t Summanden auf. Das Bildungsgesetz lautet deshalb für die Investitionsbeträge

$$\text{Faktor vor } I_{-\tau} = -\frac{\min(n-\tau, t)}{n}.$$

Damit nimmt die Bewegungsgleichung für den Buchwert des Gesamtkapitals die Form

$$\widetilde{\mathfrak{v}}_t^l = \underbrace{\mathfrak{v}_0^l + \mathfrak{e}_{0,t}^l - \sum_{\tau=1-n}^{0} \frac{\min(n-\tau, t)}{n} I_\tau}_{:=\mathfrak{v}_0^{*l}} + \sum_{\tau=t-n+1}^{t} \frac{n-(t-\tau)}{n}\, \alpha_\tau\, \widetilde{FCF}_\tau^u$$

an. Im Folgenden werden wir die ersten drei Summanden aus Gründen der besseren Lesbarkeit zu einer Größe zusammenfassen und mit $\mathfrak{v}_0^{*l}$ bezeichnen. Es handelt sich ökonomisch um jenen Betrag, den der Buchwert des Gesamtkapitals annehmen würde, wenn bis zum Zeitpunkt t ausschließlich Erhöhungen des gezeichneten Kapitals erfolgen und jegliche Investitionen unterbleiben würden. Das führt uns auf die besser überschaubare Darstellung

$$\begin{aligned}\widetilde{\mathfrak{v}}_t^l &= \mathfrak{v}_0^{*l} + \sum_{\tau=t-n+1}^{t} \frac{n-(t-\tau)}{n}\, \alpha_\tau\, \widetilde{FCF}_\tau^u \\ &= \mathfrak{v}_0^{*l} + \frac{n}{n}\widetilde{FCF}_t^u \alpha_t + \frac{n-1}{n}\widetilde{FCF}_{t-1}^u \alpha_{t-1} + \ldots + \frac{1}{n}\widetilde{FCF}_{t-n+1}^u \alpha_{t-n+1} \qquad (2.20)\end{aligned}$$

wobei die Summierung ausschließlich über solche Koeffizienten von $\widetilde{FCF}_\tau^u$ erfolgt, die einen positiven Index aufweisen. Summanden (Cashflows) mit negativen Indizes $\widetilde{FCF}_{-1}^u, \ldots$ sind also null zu setzen.

Mit dieser Darstellung gelingt nun endlich die Bewertung bei einer Buchwert–orientierten Politik. Dazu benutzen wir alles, was wir haben. Auf Seite 40 hatten wir die Bewertungsgleichung (2.7) notiert, welche für jede denkbare Finanzierungspolitik gilt und auf die wir jetzt zurückgreifen wollen. Sie lautet für den Fall $t = 0$ in Summenschreibweise und unter Beachtung von Rechenregel 1

$$\begin{aligned}V_0^l &= V_0^u + \sum_{t=1}^{T} \frac{\mathrm{E}_Q[s r_f \widetilde{F}_{t-1}]}{(1+r_f)^t} \\ &= V_0^u + s r_f \sum_{t=1}^{T} \frac{\mathrm{E}_Q[\widetilde{F}_{t-1}]}{(1+r_f)^t}.\end{aligned}$$

Bei Buchwert–orientierter Finanzierungsweise haben wir in jedem Zeitpunkt

$$\widetilde{\mathfrak{F}}_t = \mathfrak{l}_t \widetilde{\mathfrak{v}}_t^l,$$

was uns mit (2.20) und unter Berücksichtigung von Annahme 2.2 auf

$$
\begin{aligned}
V_0^l &= \tilde{V}_0^u + sr_f \frac{\mathfrak{l}_0 \mathfrak{v}_0^l}{1+r_f} + sr_f \sum_{t=1}^{T-1} \frac{\mathfrak{l}_t}{(1+r_f)^{t+1}} \operatorname{E}_Q \Big[\mathfrak{v}_0^{*l} + \widetilde{FCF}_t^u \alpha_t \frac{n}{n} \\
&\quad + \widetilde{FCF}_{t-1}^u \alpha_{t-1} \frac{n-1}{n} + \ldots + \widetilde{FCF}_{t-n+1}^u \alpha_{t-n+1} \frac{1}{n} \Big] \\
&= \tilde{V}_0^u + sr_f \frac{\mathfrak{l}_0 \mathfrak{v}_0^l}{1+r_f} + sr_f \sum_{t=1}^{T-1} \mathfrak{l}_t \left(\frac{\mathfrak{v}_0^{*l}}{(1+r_f)^{t+1}} + \frac{\operatorname{E}_Q[\widetilde{FCF}_t^u]}{(1+r_f)^t} \frac{\alpha_t \frac{n}{n}}{1+r_f} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\operatorname{E}_Q[\widetilde{FCF}_{t-1}^u]}{(1+r_f)^{t-1}} \frac{\alpha_{t-1} \frac{n-1}{n}}{(1+r_f)^2} + \ldots + \frac{\operatorname{E}_Q[\widetilde{FCF}_{t-n+1}^u]}{(1+r_f)^{t-n+1}} \frac{\alpha_{t-n+1} \frac{1}{n}}{(1+r_f)^{n-1}} \right)
\end{aligned}
$$

führt. Nun nutzen wir die Fundamentalannahme und den auf ihr beruhenden Satz 2.3. Das erlaubt uns die Darstellung

$$
\begin{aligned}
V_0^l &= \tilde{V}_0^u + sr_f \frac{\mathfrak{l}_0 \mathfrak{v}_0^l}{1+r_f} + sr_f \sum_{t=1}^{T-1} \mathfrak{l}_t \left(\frac{\mathfrak{v}_0^{*l}}{(1+r_f)^{t+1}} + \frac{\operatorname{E}[\widetilde{FCF}_t^u]}{(1+k^{E,u})^t} \frac{\alpha_t \frac{n}{n}}{1+r_f} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\operatorname{E}[\widetilde{FCF}_{t-1}^u]}{(1+k^{E,u})^{t-1}} \frac{\alpha_{t-1} \frac{n-1}{n}}{(1+r_f)^2} + \ldots + \frac{\operatorname{E}[\widetilde{FCF}_{t-n+1}^u]}{(1+k^{E,u})^{t-n+1}} \frac{\alpha_{t-n+1} \frac{1}{n}}{(1+r_f)^{n-1}} \right) \\
&= \tilde{V}_0^u + sr_f \frac{\mathfrak{l}_0 \mathfrak{v}_0^l}{1+r_f} + sr_f \sum_{t=1}^{T-1} \mathfrak{l}_t \frac{\mathfrak{v}_0^{*l}}{(1+r_f)^{t+1}} \\
&\quad + sr_f \sum_{t=1}^{T-1} \left(\frac{\alpha_t \operatorname{E}[\widetilde{FCF}_t^u]}{(1+k^{E,u})^t} \frac{\frac{n}{n}\mathfrak{l}_t}{1+r_f} + \frac{\alpha_{t-1} \operatorname{E}[\widetilde{FCF}_{t-1}^u]}{(1+k^{E,u})^{t-1}} \frac{\frac{n-1}{n}\mathfrak{l}_t}{(1+r_f)^2} \right. \\
&\quad \left. + \ldots + \frac{\alpha_{t-n+1} \operatorname{E}[\widetilde{FCF}_{t-n+1}^u]}{(1+k^{E,u})^{t-n+1}} \frac{\frac{1}{n}\mathfrak{l}_t}{(1+r_f)^{n-1}} \right).
\end{aligned}
$$

Abschließend konzentrieren wir uns nur noch auf die Terme in den beiden letzten Zeilen. Offensichtlich haben wir hier eine Doppelsumme vor uns. Um deren Darstellung zu vereinfachen, müssen wir ähnlich wie bereits auf Seite 67 überlegen, wie oft ein erwarteter Cashflow auftaucht oder verschwindet. Man erkennt, dass der Koeffizient vor $\frac{\alpha_t \operatorname{E}[\widetilde{FCF}_t^u]}{(1+k^{E,u})^t}$ mit den Ausdrücken

$$
\frac{\frac{n}{n}\mathfrak{l}_t}{1+r_f}, \quad \frac{\frac{n-1}{n}\mathfrak{l}_{t+1}}{(1+r_f)^2}, \quad \ldots, \quad \frac{\frac{1}{n}\mathfrak{l}_{n+t-1}}{(1+r_f)^n}
$$

erscheint. Allerdings gilt auch hier wieder: Koeffizienten mit einem Index größer als $T-1$ müssen in der Summe unberücksichtigt bleiben. Wir erhalten

$$
\begin{aligned}
V_0^l = \tilde{V}_0^u + sr_f \frac{\mathfrak{l}_0 \mathfrak{v}_0^l}{1+r_f} + sr_f \sum_{t=1}^{T-1} \mathfrak{l}_t \frac{\mathfrak{v}_0^{*l}}{(1+r_f)^{t+1}} + \\
+ sr_f \sum_{t=1}^{T-1} \frac{\alpha_t \operatorname{E}[\widetilde{FCF}_t^u]}{(1+k^{E,u})^t} \left(\frac{\frac{n}{n}\mathfrak{l}_t}{1+r_f} + \frac{\frac{n-1}{n}\mathfrak{l}_{t+1}}{(1+r_f)^2} + \ldots + \frac{\frac{1}{n}\mathfrak{l}_{n+t-1}}{(1+r_f)^n} \right).
\end{aligned}
$$

Damit ist der Satz 2.16 endlich bewiesen.

2.9.3 Beweis des Satzes 2.17

Damit der Satz gilt, müssen viele Faktoren konstant bleiben. Vor allem betrifft das die Fremdkapitalquote $\mathfrak{l}$, den Investitionsparameter α und das gezeichnete Kapital. Darüber hinaus wird angenommen, dass das zu bewertende Unternehmen ewig existiert. Durch Vernachlässigung der Zeitindizes beim Investitionsparameter und der Fremdkapitalquote erhalten wir unter Verwendung der Summe einer geometrischen Reihe

$$
\begin{aligned}
V_0^l &= V_0^u + s r_f \frac{\mathfrak{l}\mathfrak{v}_0^l}{1+r_f} + s r_f \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{l}\mathfrak{v}_0^{*l}}{(1+r_f)^{t+1}} + s r_f \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\alpha\, \mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_t^u\right]}{(1+k^{E,u})^t} \left(\frac{\frac{n}{n}\mathfrak{l}}{1+r_f} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\frac{n-1}{n}\mathfrak{l}}{(1+r_f)^2} + \ldots + \frac{\frac{1}{n}\mathfrak{l}}{(1+r_f)^n} \right) \\
&= V_0^u + \frac{s\mathfrak{l}\left(r_f \mathfrak{v}_0^l + \mathfrak{v}_0^{*l}\right)}{1+r_f} + \frac{s r_f \alpha \mathfrak{l}}{n} \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_t^u\right]}{(1+k^{E,u})^t} \left(\frac{n}{1+r_f} + \frac{n-1}{(1+r_f)^2} + \right. \\
&\quad \left. + \ldots + \frac{1}{(1+r_f)^n} \right) \qquad (2.21)
\end{aligned}
$$

Wir bemühen uns nun um eine kompakte Darstellung des Ausdrucks

$$
\frac{n}{1+r_f} + \frac{n-1}{(1+r_f)^2} + \ldots + \frac{1}{(1+r_f)^n}.
$$

Zu diesem Zweck betrachten wir die Identität

$$
(1+r_f)^n + (1+r_f)^{n-1} + \ldots + (1+r_f) = \frac{(1+r_f)((1+r_f)^n - 1)}{r_f}
$$

und leiten sie nach r_f ab,

$$
n(1+r_f)^{n-1} + (n-1)(1+r_f)^{n-2} + \ldots + 1 = \frac{1 + (n r_f - 1)(1+r_f)^n}{r_f^2}.
$$

Multiplikation mit $(1+r_f)^{-n}$ ergibt

$$
n(1+r_f)^{-1} + (n-1)(1+r_f)^{-2} + \ldots + (1+r_f)^{-n} = \frac{n r_f - 1 + (1+r_f)^{-n}}{r_f^2}
$$

Dies in die Gleichung (2.21) eingesetzt, ergibt

$$
V_0^l = V_0^u + \frac{s\mathfrak{l}\left(r_f \mathfrak{v}_0^l + \mathfrak{v}_0^{*l}\right)}{1+r_f} + \frac{s r_f \alpha \mathfrak{l}}{n} \, \frac{n r_f - 1 + (1+r_f)^{-n}}{r_f^2} \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}[\widetilde{FCF}_t^u]}{(1+k^{E,u})^t}.
$$

Wir erkennen, dass die Summe auf der rechten Seite gerade dem Marktwert des unverschuldeten Unternehmens entspricht, was uns auf

$$
V_0^l = V_0^u + \frac{s\mathfrak{l}\left(r_f \mathfrak{v}_0^l + \mathfrak{v}_0^{*l}\right)}{1+r_f} + \frac{n r_f - 1 + (1+r_f)^{-n}}{n r_f} s \alpha \mathfrak{l} V_0^u
$$

führt. Abschließend richten wir unsere Aufmerksamkeit auf den Term

$$
\frac{s\mathfrak{l}\left(r_f \mathfrak{v}_0^l + \mathfrak{v}_0^{*l}\right)}{1+r_f}
$$

und berücksichtigen, dass im Zeitpunkt $t = 0$ die Identität

$$
\mathfrak{v}_0^{*l} = \mathfrak{v}_0^l - \sum_{\tau=1-n}^{0} \frac{\min(n-\tau, t)}{n} I_\tau
$$

gilt, solange der Einfluss von Abschreibungen auf vor dem Zeitpunkt $t = 0$ beschaffte Wirtschaftsgüter nicht ausgeschlossen ist. Vernachlässigen wir diesen Einfluss aber entsprechend der getroffenen Voraussetzung, so erhalten wir

$$\begin{aligned}\frac{s\mathfrak{l}\left(r_f\mathfrak{v}_0^l + \mathfrak{v}_0^{*l}\right)}{1+r_f} &= \frac{s\mathfrak{l}\left(r_f\mathfrak{v}_0^l + \mathfrak{v}_0^l\right)}{1+r_f} \\ &= s\mathfrak{l}\mathfrak{v}_0^l.\end{aligned}$$

Wir erkennen, dass das Produkt aus Fremdkapitalquote und Buchwert des Gesamtkapitals dem Buchwert des Fremdkapitals entspricht, und können den Beweis mit Bezug auf Annahme 2.13 abschließen.

2.9.4 Beweis der Sätze 2.18 und 2.19

Aus der Definition der Cashflow-orientierten Finanzierung folgt zuerst für die Höhe des Fremdkapitals

$$\widetilde{F}_t = \max\left(0, (1+\alpha r_f(1-s))F_0 - \alpha\cdot\widetilde{FCF}_1^u\right) \qquad \forall t \geq 1\,.$$

Dies setzen wir in die Gleichung (2.7) ein. Wir erhalten

$$\begin{aligned}V_0^l &= V_0^u + \frac{sr_fF_0}{1+r_f} + \sum_{t=1}^{\infty}\frac{sr_f\,\mathrm{E}_Q\left[\max\left(0, (1+\alpha r_f(1-s))F_0 - \alpha\cdot\widetilde{FCF}_1^u\right)\right]}{(1+r_f)^{t+1}} \\ &= V_0^u + \frac{sr_fF_0}{1+r_f} + \frac{sr_f\,\mathrm{E}_Q\left[\max\left(0, (1+\alpha r_f(1-s))F_0 - \alpha\cdot\widetilde{FCF}_1^u\right)\right]}{(1+r_f)r_f}\end{aligned}$$

Der dritte Summand lässt sich mit Hilfe des Satzes 2.2 weiter vereinfachen

$$V_0^l = V_0^u + \frac{sr_fF_0}{1+r_f} + \frac{s}{\alpha d_1^u}\,\frac{\mathrm{E}_Q\left[\max\left(0, \frac{(1+\alpha r_f(1-s))}{\alpha d_1^u}F_0 - \widetilde{V}_1^u\right)\right]}{1+r_f}.$$

Betrachten wir nun einen Put auf den Wert des unverschuldeten Unternehmens im Zeitpunkt $t = 1$ mit einem Basispreis von $\frac{(1+\alpha r_f(1-s))}{\alpha d_1^u}F_0$. Der Inhaber dieser Option erhält die Differenz aus dem Basispreis und dem Unternehmenswert, wenn diese Differenz positiv ist. Im entgegengesetzten Fall beläuft sich die Zahlung auf null. Um den Wert dieses Puts Π zu bestimmen, haben wir nach dem Fundamentalsatz die Zahlungen des Puts unter dem Erwartungswert $E_Q[\cdot]Q$ zu bilden und entsprechend der Laufzeit der Option mit dem risikolosen Zins zu diskontieren. Es ergibt sich genau

$$\Pi = \frac{\mathrm{E}_Q\left[\max\left(0, \frac{(1+\alpha r_f(1-s))}{\alpha d_1^u}F_0 - \widetilde{V}_1^u\right)\right]}{1+r_f}.$$

Damit aber gilt

$$V_0^l = V_0^u + \frac{sr_fF_0}{1+r_f} + \frac{s\Pi}{\alpha d_1^u},$$

und das war zu zeigen.

Kommen wir zum Beweis des Satzes 2.19. Da der Fremdkapitalbestand der ersten Periode positiv ist, wird der Ausdruck $(1+\alpha r_f(1-s))F_0 - \alpha\cdot\widetilde{FCF}_1^u$ in keinem Zustand negativ. Mithin können wir für alle $t \geq 1$ schlicht

$$\widetilde{F}_t = (1+\alpha r_f(1-s))F_0 - \alpha\cdot\widetilde{FCF}_1^u$$

schreiben. Daraus gewinnen wir die einfachere Bewertungsgleichung

$$\begin{aligned}
V_0^l &= V_0^u + \frac{s r_f F_0}{1+r_f} + \frac{s r_f \operatorname{E}_Q\left[(1+\alpha r_f(1-s))F_0 - \alpha\cdot\widetilde{FCF}_1^u\right]}{(1+r_f)r_f} \\
&= V_0^u + \frac{s r_f F_0}{1+r_f} + \frac{s(1+\alpha r_f(1-s))F_0}{1+r_f} - s\alpha\frac{\operatorname{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_1^u\right]}{1+r_f}.
\end{aligned}$$

Aufgrund der Äquivalenz der Bewertungskonzepte (Satz 2.3) folgt daraus

$$V_0^l = V_0^u + \frac{s r_f F_0}{1+r_f} + \frac{s(1+\alpha r_f(1-s))F_0}{1+r_f} - s\alpha\frac{\operatorname{E}\left[\widetilde{FCF}_1^u\right]}{1+k^{E,u}}.$$

Abschließend nutzen wir, dass eine ewige Rente vorliegt. Damit erhalten wir endlich

$$V_0^l = V_0^u + \frac{s r_f F_0}{1+r_f} + \frac{s(1+\alpha r_f(1-s))F_0}{1+r_f} - s\alpha\frac{V_0^u k^{E,u}}{1+k^{E,u}}.$$

Das entspricht offensichtlich der Behauptung.

2.9.5 Beweis des Satzes 2.20

Wir wenden hier eine andere Methode zur Ermittlung des Unternehmenswertes an. Dazu konzentrieren wir uns auf die Zahlungen, die Fremd– und Eigenkapitalgebern zufließen. Aus dem Fundamentalsatz für das verschuldete Unternehmen folgt zuerst

$$\begin{aligned}
V_0^l &= \sum_{t=1}^{\infty}\frac{\operatorname{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_t^u + r_f s\widetilde{F}_{t-1}\right]}{(1+r_f)^t} \\
&= \sum_{t=1}^{\infty}\frac{\operatorname{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_t^u - (1+r_f(1-s))\widetilde{F}_{t-1} + \widetilde{F}_t\right]}{(1+r_f)^t} + \sum_{t=1}^{\infty}\frac{\operatorname{E}_Q\left[(1+r_f)\widetilde{F}_{t-1} - \widetilde{F}_t\right]}{(1+r_f)^t}.
\end{aligned}$$

Der zweite Summand entspricht der Summe der diskontierten Zahlungen an die Fremdkapitalgeber. Er sollte also gerade gleich F_0 sein, was sich leicht beweisen lässt,

$$\begin{aligned}
\sum_{t=1}^{\infty}\frac{\operatorname{E}_Q[(1+r_f)\widetilde{F}_{t-1} - \widetilde{F}_t]}{(1+r_f)^t} &= \sum_{t=1}^{\infty}\frac{\operatorname{E}_Q[(1+r_f)\widetilde{F}_{t-1}]}{(1+r_f)^t} - \sum_{t=1}^{\infty}\frac{\operatorname{E}_Q[\widetilde{F}_t]}{(1+r_f)^t} \\
&= \sum_{t=1}^{\infty}\frac{\operatorname{E}_Q[\widetilde{F}_{t-1}]}{(1+r_f)^{t-1}} - \sum_{t=1}^{\infty}\frac{\operatorname{E}_Q[\widetilde{F}_t]}{(1+r_f)^t} \\
&= F_0.
\end{aligned}$$

Damit haben wir folgende Gleichung für den Wert des verschuldeten Unternehmens,

$$V_0^l = \sum_{t=1}^{\infty}\frac{\operatorname{E}_Q[\widetilde{FCF}_t^u - (1+r_f(1-s))\widetilde{F}_{t-1} + \widetilde{F}_t]}{(1+r_f)^t} + F_0.$$

Während der ersten n Perioden erhalten die Anteilseigner gerade den Betrag Div. Danach bleibt der Fremdkapitalbestand konstant. Das führt auf

$$\begin{aligned}
V_0^l &= F_0 + \sum_{t=0}^{n-1}\frac{Div}{(1+r_f)^{t+1}} + \sum_{t=n}^{\infty}\frac{\operatorname{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_{t+1}^u - r_f(1-s)\widetilde{F}_n\right]}{(1+r_f)^{t+1}} \\
&= F_0 + \left(1 - \frac{1}{(1+r_f)^n}\right)\frac{Div}{r_f} + \sum_{t=n}^{\infty}\frac{\operatorname{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_{t+1}^u\right]}{(1+r_f)^{t+1}} - \frac{(1-s)\operatorname{E}_Q\left[\widetilde{F}_n\right]}{(1+r_f)^n}.
\end{aligned}$$

Nutzen wir die Äquivalenz der Bewertungskonzepte aus (Satz 2.3) und berücksichtigen ferner, dass der Fall der ewigen Rente vorliegt, so ergibt sich

$$V_0^l = F_0 + \left(1 - \frac{1}{(1+r_f)^n}\right)\frac{Div}{r_f} + \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_1^u\right]}{k^{E,u}(1+k^{E,u})^n} - \frac{(1-s)\,\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{F}_n\right]}{(1+r_f)^n} \tag{2.22}$$

Jetzt müssen wir uns dem Fremdkapitalbestand im Zeitpunkt n zuwenden. Da der Kredit nach Voraussetzung immer positiv bleibt, können wir das Bildungsgesetz des Fremdkapitals vereinfachen. Mit $r_f^* = r_f(1-s)$ gilt

$$\widetilde{F}_t = Div - \widetilde{FCF}_t^u + (1+r_f^*)F_{t-1} \qquad \forall t \le n.$$

Ausnutzen der Rekursionsbeziehung führt auf

$$\widetilde{F}_n = \left(Div - \widetilde{FCF}_n^u\right) + (1+r_f^*)\left(Div - \widetilde{FCF}_{n-1}^u\right) + \ldots + \\ + (1+r_f^*)^{n-1}\left(Div - \widetilde{FCF}_1^u\right) + (1+r_f^*)^n F_0.$$

Diese Gleichung lässt sich in die Form

$$\widetilde{F}_n = \frac{(1+r_f^*)^n - 1}{r_f^*}Div + (1+r_f^*)^n F_0 - \widetilde{FCF}_n^u - (1+r_f^*)\widetilde{FCF}_{n-1}^u - \ldots - (1+r_f^*)^{n-1}\widetilde{FCF}_1^u$$

bringen. Daher gilt für den unter Q diskontierten Erwartungswert

$$\frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{F}_n\right]}{(1+r_f)^n} = \frac{(1+r_f^*)^n - 1}{r_f^*(1+r_f)^n}Div + \left(\frac{1+r_f^*}{1+r_f}\right)^n F_0 - \\ - \frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_n^u\right]}{(1+r_f)^n} - \frac{1+r_f^*}{1+r_f}\frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_{n-1}^u\right]}{(1+r_f)^{n-1}} - \ldots - \frac{(1+r_f^*)^{n-1}}{(1+r_f)^{n-1}}\frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{FCF}_1^u\right]}{1+r_f}$$

oder wegen Satz 2.3 sowie der Konstanz der erwarteten Cashflows des unverschuldeten Unternehmens und mit $\gamma = \frac{1+r_f^*}{1+r_f}$

$$\frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{F}_n\right]}{(1+r_f)^n} = \frac{(1+r_f^*)^n - 1}{r_f^*(1+r_f)^n}Div + \gamma^n F_0 - \\ - \frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_1^u\right]}{(1+k^{E,u})^n} - \gamma\frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_1^u\right]}{(1+k^{E,u})^{n-1}} - \ldots - \gamma^{n-1}\frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_1^u\right]}{1+k^{E,u}}$$

Wir fassen die Summanden mit den erwarteten Cashflows zusammen und erhalten

$$\frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{F}_n\right]}{(1+r_f)^n} = \frac{(1+r_f^*)^n - 1}{r_f^*(1+r_f)^n}Div + \gamma^n F_0 - \\ - \left(1 + \gamma(1+k^{E,u}) + \ldots + \left(\gamma(1+k^{E,u})\right)^{n-1}\right)\frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_1^u\right]}{(1+k^{E,u})^n}.$$

oder

$$\frac{\mathrm{E}_Q\left[\widetilde{F}_n\right]}{(1+r_f)^n} = \frac{(1+r_f^*)^n - 1}{r_f^*(1+r_f)^n}Div + \gamma^n F_0 - \frac{(\gamma(1+k^{E,u}))^n - 1}{\gamma(1+k^{E,u}) - 1}\frac{\mathrm{E}\left[\widetilde{FCF}_1^u\right]}{(1+k^{E,u})^n}.$$

Schließlich nutzen wir noch aus, dass die erwarteten Cashflows eine ewige Rente bilden, was uns auf

$$\frac{\mathrm{E}_Q\left[\tilde{F}_n\right]}{(1+r_f)^n} = \frac{(1+r_f^*)^n - 1}{r_f^*(1+r_f)^n} Div + \gamma^n F_0 - \frac{\left(\gamma(1+k^{E,u})\right)^n - 1}{\gamma(1+k^{E,u}) - 1} \frac{k^{E,u}\, V_0^u}{(1+k^{E,u})^n}$$

führt. Einsetzen in Gleichung (2.22) führt auf

$$\begin{aligned} V_0^l = {} & (1-(1-s)\gamma^n)\, F_0 + \left(1 - \frac{1}{(1+r_f)^n} - \frac{(1+r_f^*)^n - 1}{(1+r_f)^n}\right) \frac{Div}{r_f} + \\ & + \left(1 + (1-s)\left(\frac{\left(\gamma(1+k^{E,u})\right)^n - 1}{\gamma(1+k^{E,u}) - 1} k^{E,u}\right)\right) \frac{V_0^u}{(1+k^{E,u})^n} \end{aligned}$$

Das ergibt nach Vereinfachungen

$$V_0^l = \frac{1 + (1-s)\left(\frac{\left(\gamma(1+k^{E,u})\right)^n - 1}{\gamma(1+k^{E,u}) - 1} k^{E,u}\right)}{(1+k^{E,u})^n} V_0^u + \left(1 - (1-s)\gamma^n\right) F_0 + \left(1 - \gamma^n\right) \frac{Div}{r_f}.$$

Literaturverzeichnis

Back, Kerry und Pliska, Stanley R. (1991) “On the fundamental theorem of asset pricing with an infinite state space”, *Journal of Mathematical Economics*, 20, 1–18.

Beja, Avraham (1971) “The structure of the cost of capital under uncertainty”, *Review of Economic Studies*, 38, 359–368.

Brealey, Richard A. und Myers, Stewart C. (2000) *Principles of Corporate Finance*, 6. Auflage, McGraw–Hill, New York.

Clubb, Colin D.B. und Doran, Paul (1995) “Capital budgeting, debt management and the APV criterion”, *Journal of Business Finance and Accounting*, 22, 681–694.

Copeland, Thomas E.; Koller, Tim und Murrin, Jack (2000) *Valuation,* Measuring and Managing the Value of Companies, 3. Auflage, John Wiley & Sons, New York.

Copeland, Thomas E. und Weston, J. Fred (1988) *Financial Theory and Corporate Policy*, 3. Auflage, Addison–Wesley, Reading, Mass.

Ezzell, John R. und Miles, James A. (1985) “Reformulating tax shield valutation: a note”, *Journal of Finance*, 40, 1485–1492.

Feltham, Gerald A. und Ohlson, James A. (1995) “Valuation and clean surplus accounting for operating and financial activities”, *Contemporary Accounting Research*, 11, 689–731.

Grott, Ronald; Kruschwitz, Lutz und Löffler, Andreas (2000) “Zukunftsbezogene Kreditwürdigkeitsprüfung”, *Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen*, 474–478.

Harrison, J. Michael und Kreps, David M. (1979) “Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets”, *Journal of Economic Theory*, 20, 381–408.

Harris, Robert S. und Pringle, John J. (1985) “Risk–adjusted discount rates: extensions from the average–risk case”, *The Journal of Financial Research*, 8, 237–244.

Institut der Wirtschaftsprüfer in Deutschland (2000) “IDW Standard: Grundsätze zur Durchführung von Unternehmensbewertungen (IDW S1) (Stand: 28.6.2000)”, *Die Wirtschaftsprüfung*, 53, 825–842.

Irle, Albrecht (1998) *Finanzmathematik,* Die Bewertung von Derivaten, Teubner, Stuttgart.

Karatzas, Ioannis und Shreve, Steven E. (1991) *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer, New York.

Kruschwitz, Lutz und Löffler, Andreas (1998) “Unendliche Probleme bei der Unternehmensbewertung”, *Der Betrieb*, 51, 1041–1043.

Kürsten, Wolfgang (2002) “ ‘Unternehmensbewertung unter Unsicherheit’, oder: Theoriedefizit einer künstlichen Diskussion über Sicherheitsäquivalent– und Risikozuschlagsmethode. – Anmerkungen (nicht nur) zu dem Beitrag von Bernhard Schwetzler in der zfbf”, *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, 54, 128–144.

Laitenberger, Jörg und Löffler, Andreas (2002) “Capital Budgeting in Arbitrage Free Markets”, Available on www.ssrn.com, paper–ID 318159.

Löffler, Andreas (2000) “Tax Shields in an LBO”, Available on www.ssrn.com, paper–ID 217148.

— (2001) *Miles–Ezzell's WACC Approach Yields Arbitrage*, Diskussionspapier 248, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften der Universität Hannover, Available on www.ssrn.com, paper–ID 286395.

— (2002) “WACC Is Not An Expected Return Of The Levered Firm”, Available on www.ssrn.com.

de Matos, Joao Amaro (2001) *Theoretical Foundations of Corporate Finance*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

Miles, James A. und Ezzell, John R. (1980) “The weighted average cost of capital, perfect capital markets, and project life: a clarification”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 15, 719–730.

Modigliani, Franco und Miller, Merton H. (1958) “The cost of capital, corporation finance, and the theory of investment”, *American Economic Review*, 48, 261–297.

— (1963) “Corporate income taxes and the cost of capital: a correction”, *American Economic Review*, 53, 433–443.

Musiela, Marek und Rutkowski, Marek (1998) *Martingale Methods in Financial Modelling*, 2nd-Auflage, Springer, Berlin.

Myers, Stewart C. (1974) “Interactions of corporate financing and investment decisions: implications for capital budgeting”, *The Journal of Finance*, 32, 211–220.

Richter, Frank (1998) “Unternehmensbewertung bei variablem Verschuldungsgrad”, *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft*, 10, 379–389.

Schwetzler, Bernhard (2000) “Unternehmensbewertung unter Unsicherheit: Sicherheitsäquivalent– oder Risikozuschlagsmethode?”, *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, 52, 469–486.

Williams, David (1991) *Probability with Martingales*, Cambridge University Press, Cambridge.

Index